

7 その他

今までは、固有値が全て同じである場合を扱ってきた。では異なる固有値をもつ場合ではどうなるのであろうか。

答えは想像されるとおりである。たとえば、7次行列 A の固有値は α と β であるとする。そして A の固有多項式は、 $\gamma_A(t) = (t - \alpha)^4(t - \beta)^3$ で、最小多項式は $\varphi_A(t) = (t - \alpha)^2(t - \beta)^2$ 、 α の固有空間の次元は $\dim V(\alpha) = 3$ 、 β の固有空間の次元は $\dim V(\beta) = 2$ とする。この情報から、 α に関する小行列は4次であり、そのジョルダン細胞の最大次数は2で、 α に関するジョルダン細胞の個数は3個である。また β に関する小行列は3次であり、そのジョルダン細胞の最大次数は2で、 β に関するジョルダン細胞の個数は2個である。

以上のことから、ジョルダン標準形は、

$$J = \left(\begin{array}{cccc|ccc} \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \end{array} \right)$$

となる。