

問題用紙 1 枚

1 年 組 番 氏名

[1] 放物線  $y = x^2 + bx + c$  を  $x$  方向に 3,  $y$  方向に 2 平行移動した放物線の頂点の座標が  $(4, 3)$  であるという。定数  $b, c$  の値を求めよ。(20 点)

まず  $y = x^2 + bx + c$  のグラフの頂点を求めると

$$y = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c \text{ より, } \left(-\frac{b}{2}, -\frac{b^2}{4} + c\right) \text{ である。}$$

$$\text{よって } -\frac{b}{2} + 3 = 4$$

$$-\frac{b^2}{4} + c + 2 = 3$$

$$\text{これを解いて } b = -2, c = 2$$

Ans.  $b = -2, c = 2$

[2]  $y = ax^2 - 12x + b$  は  $x = -\frac{3}{2}$  で最大値 3 をとるとする。このとき、定数  $a, b$  の値を求めよ。(15 点)

頂点  $(-\frac{3}{2}, 3)$  より  $y = a\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3$  と得る

これを展開して  $y = ax^2 + 3ax + \frac{9}{4}a + 3$

これを比較して  $ax^2 - 12x + b$  に等しいから

$$3a = -12, b = \frac{9}{4}a + 3$$

$$\text{よって } a = -4, b = -6$$

[3] 任意の実数  $x$  について常に  $4x^2 - (a+1)x + 1 > 0$  が成り立つように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。(15 点)

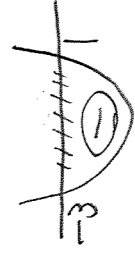
$$y = 4x^2 - (a+1)x + 1 \text{ とおくと}$$

これは  $y > 0$  より  $\cup \rightarrow x$  とおける。

かつ  $4x^2 - (a+1)x + 1 < 0$  である。

$$D = (a+1)^2 - 4 = a^2 + 2a - 3 = (a+3)(a-1)$$

$$(a+3)(a-1) < 0 \text{ より } -3 < a < 1$$



$$-3 < a < 1$$

Ans.  $-3 < a < 1$

[4]  $y = -\frac{3}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に -3,  $y$  軸方向に -2 平行移動したグラフをもつ関数を求めよ。(10 点)

Ans.  $y = -\frac{3}{2x+3} - 2$

[5]  $y = \sqrt{2x}$  のグラフを  $x$  軸方向に -2,  $y$  軸方向に -3 平行移動したグラフをもつ関数を求めよ。(10 点)

$$y = \sqrt{2(x+2)} - 3$$

[6] つぎの関数の中から、奇関数を選べ(10 点)

- (1)  $y = 3x$  (2)  $y = x-1$  (3)  $y = -x^2$   
 (4)  $y = x^2 + 1$  (5)  $y = x^2 + x$  (6)  $y = (x-1)^3$   
 (7)  $y = \frac{1}{2}x^3$  (8)  $y = \frac{1}{x}$  (9)  $y = \frac{x+1}{x}$

$x$  と  $-x$  に置きかえてみる。

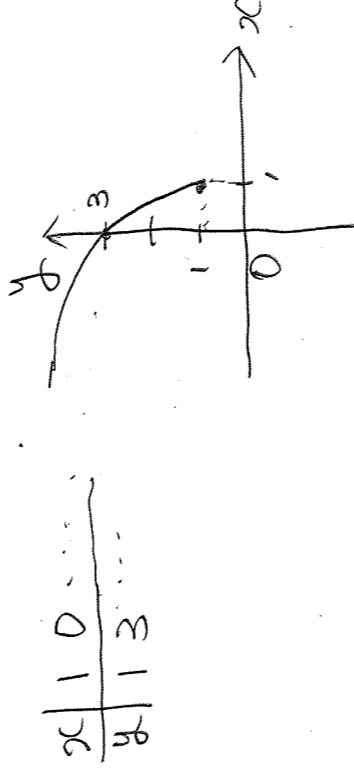
(1)  $y = -3x$

(4)  $y = \frac{1}{2}(-x)^3 = -\frac{1}{2}x^3$

(8)  $y = \frac{1}{-x} = -\left(\frac{1}{x}\right)$  (1), (4), (8)

[7] 無理関数  $y = 2\sqrt{1-x} + 1$  のグラフをかけ。(10 点)

定義域は  $1-x \geq 0$  より  $1 \geq x$



[8] 関数  $y = \frac{x-1}{x+1}$  ( $-5 \leq x \leq -2$ ) の逆関数を求めよ。(10 点)

まず  $-5 \leq x \leq -2$  より  $\frac{3}{2} \leq y \leq 3$

$$y = \frac{x-1}{x+1} \Leftrightarrow y = \frac{-2}{x+1} + 1 \Leftrightarrow y-1 = \frac{-2}{x+1}$$

$\Rightarrow x$  と  $y$  の文字を入れかえる

$$x-1 = \frac{-2}{y+1} \quad \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 3\right)$$

$$\Rightarrow y+1 = \frac{-2}{x-1}$$

Ans.  $y = \frac{-2}{x-1} - 1 \quad \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 3\right)$