基礎数学Ⅰ　（演習レポート）2010 年 5 月　24 日　（解答）

1年　　組　　番号　　氏名　　　　　　　　列

☐ **テーマ１：２次関数の標準形を求めること。**

[1]　２次関数 $y=-\dfrac{2x^2}{3}-4x-2$ の標準形を求め，さらに，グラフの凹凸，対称軸，頂点を求め，簡単なグラフの概形をかけ。

$y=-\frac{2}{3}\{x^2+6x\}-2$

$\Rightarrow y=-\frac{2}{3}\{(x+3)^2-9\}-2$

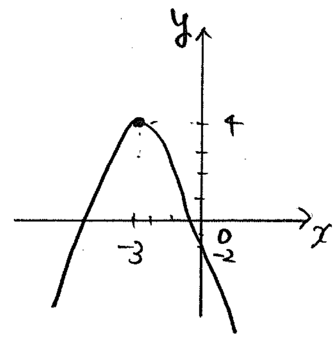
$\Rightarrow y=-\frac{2}{3}(x+3)^2+6-2$

$\Rightarrow y=-\frac{2}{3}(x+3)^2+4$

グラフの形：上に凸

対称軸：$x=-3$

頂点：$(-3,4)$



☐ **テーマ２：与えられた条件をみたす２次関数を求めること。**

[2]　グラフの軸が $x=-\dfrac{3}{2}$ で，２点 $\left(0,\dfrac{17}{4}\right)$，$\left(1,\dfrac{49}{4}\right)$ を通る２次関数の方程式を求めよ。

軸 $x=-\frac{3}{2}$ より

$y=a(x+\frac{3}{2})^2+b$ とおける

$(0,\frac{17}{4})$ を通るので

$\frac{17}{4}=\frac{9}{4}a+b$ …①

$(1,\frac{49}{4})$ を通るので

$\frac{49}{4}=\frac{25}{4}a+b$ …②

①,②より

$a=2,\ b=-\frac{1}{4}$

よって

$y=2(x+\frac{3}{2})^2-\frac{1}{4}$

☐ **テーマ３：２次関数の最大値，最小値標を求めること。**

[3]　次の２次関数の最大値，または最小値を求めよ。

$y=\dfrac{1}{3}(2x-1)(x+1)\quad(-1\leqq x\leqq 2)$

グラフが $(\frac{1}{2},0),(-1,0)$ を通るので，

対称性から頂点は $(-\frac{1}{4},-\frac{3}{8})$

x	-1	$-\frac{1}{4}$	2
y	0	$-\frac{3}{8}$	3

表より

最大値 $3\ (x=2)$

最小値 $-\frac{3}{8}\ (x=-\frac{1}{4})$

☐ **テーマ４：２次関数の判別式とグラフの関係を理解すること。**

[4]　$y=2x^2-2kx+3$ のグラフが x 軸と接する k の範囲または値を求めよ。

x 軸と接するので $D=0$

一方 $D=4k^2-24$

$4k^2-24=0$ より

$k^2=6$　よって　$k=\pm\sqrt{6}$

☐ **テーマ５：グラフを利用して，２次不等式解くこと。**

[5]　次の不等式を解け。

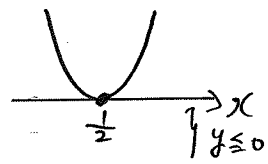
(1)　$4x^2-4x+1\leqq 0$

$y=(2x-1)^2$ のグラフの

頂点は $(\frac{1}{2},0)$ で

$y\leqq 0$ を考えれば，

こたえは $x=\frac{1}{2}$



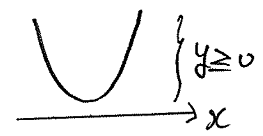
(2)　$x^2+x+3\geqq 0$

$D=1-12=-11<0$ より

$y=x^2+x+3$ のグラフは x 軸と交わらない。

$y\geqq 0$ のところをみると，

こたえは，すべての実数となる。



☐ **チャレンジ問題**

[1]　地面に置いてあるサッカーボールを蹴り上げたときの軌跡は，２次関数のグラフ（放物線）であることがわかっている。今ボールを地点Ａから蹴って，地点Ａから 1m 離れた位置の高さが 5m の地点Ｂと，地点Ａから 3m 離れた位置の高さが 12m になった地点Ｃを通過させた。このとき，サッカーボールの最高地点の高さとその時の距離を求めよ。ただしグラウンドは水平である。

3点 $(0,0),(1,5),(3,12)$ を通る放物線を求めればよいので

$y=ax^2+bx+c$ とおく

$(0,0)$ を通るので $c=0$

$(1,5)$ を通るので

$5=a+b$ …①

$(3,12)$ を通るので

$12=9a+3b$ …②

①,②より

$a=-\frac{1}{2},\ b=\frac{11}{2}$

よって $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{2}x$ を得る。

$y=-\frac{1}{2}x(x-11)$ のグラフは

$(0,0),(11,0)$ を通るので

頂点は $(\frac{11}{2},\frac{121}{8})$ である

よって

最高地点 $\frac{121}{8}$m（Ａ点から $\frac{11}{2}$m の地点）

[2]　野球ボールを高さ $h(m)$ の位置から真上に向かって速さ $v(m/s)$ で投げたとき，t 秒後のボールの高さ y は，$y=h+vt-\dfrac{g}{2}t^2$ という式で表わされることが知られている。ただし，g は重力加速度といわれる定数で約 $10(m/s^2)$ である。いま $h=10$，$v=10\quad(m/s)$ としたとき，何秒後にそのボールは地上に落ちるか？

$h=10,\ v=10,\ g=10$ を

$y=h+vt-\frac{g}{2}t^2$ に代入して

$y=-5t^2+10t+10$ を得る。

地上は $y=0$ より

$-5t^2+10t+10=0$

$\Rightarrow t^2-2t-2=0$

$t>0$ より

$t=1+\sqrt{3}$

電卓を使って

$t\fallingdotseq 2.7$ 秒後に

地上に落ちる。