基礎数学Ⅰ　（演習レポート）2010年5月　19日　（解答）

1年　　組　　番号　　　氏名　　　　　　　　　列

□ テーマ１：２次関数の標準形を求めること。

[1]　2 次関数 $y=-\frac{x^2}{3}+2x-2$ の標準形を求め，さらに，グラフの凹凸，対称軸，頂点を求め，簡単なグラフの概形をかけ。

$y=-\frac{1}{3}\{x^2-6x\}-2$

$\Rightarrow y=-\frac{1}{3}\{(x-3)^2-9\}-2$

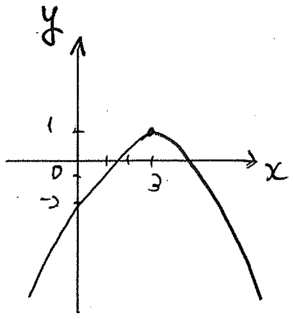
$\Rightarrow y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+3-2$

$\Rightarrow y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+1$

グラフの形：上に凸

対称軸：$x=3$

頂点：$(3, 1)$



□ テーマ２：与えられた条件をみたす２次関数を求めること。

[2]　グラフが 3 点 $(0,-1)$，$(1,0)$，$(2,3)$ を通る２次関数の方程式を求めよ。

$y=ax^2+bx+c$ とおく

$(0,-1)$ を通るので　$c=-1$

$(1,0)$ を通るので

$0=a+b-1$ …①

$(2,3)$ を通るので

$3=4a+2b-1$ …②

①，②より

$a=1$，$b=0$

よって，こたえは

$y=x^2-1$

□ テーマ３：２次関数の最大値，最小値標を求めること。

[3]　次の２次関数の最大値，または最小値を求めよ。

$y=\frac{1}{5}(x-2)(x+1)$　$(-1\leqq x\leqq 3)$

上のグラフは $(2,0)$，$(-1,0)$ を通るので対称性より．

頂点は $(\frac{1}{2}, -\frac{9}{20})$

x	-1	$\frac{1}{2}$	3
y	0	$-\frac{9}{20}$	$\frac{4}{5}$

表より

最大値 $\frac{4}{5}$ $(x=3)$

最小値 $-\frac{9}{20}$ $(x=\frac{1}{2})$

□ テーマ４：２次関数の判別式とグラフの関係を理解すること。

[4]　$y=2x^2-3x+k$ のグラフが x 軸と２点で交わる k の範囲または値を求めよ。

x 軸と2点で交わることから

$D>0$ である。

一方 $D=9-8k$

したがって $9-8k>0$

よって $\frac{9}{8}>k$

□ テーマ５：グラフを利用して，２次不等式解くこと。

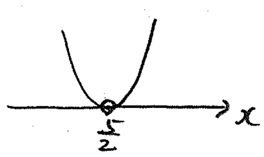
[5]　次の不等式を解け。

(1)　$4x^2-20x+25>0$

$(2x-5)^2>0$

$y=(2x-5)^2$ のグラフは

$x=\frac{5}{2}$ で x 軸に接する



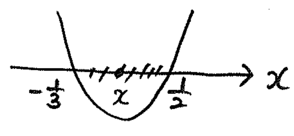
よって　こたえは $x=\frac{5}{2}$ 以外の実数

(2)　$6x^2-x-1\leqq 0$

$(3x+1)(2x-1)\leqq 0$

$y=(3x+1)(2x-1)$ のグラフは

$x=-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}$ で交わる．



$y\leqq 0$ となる部分がこたえなので　$-\frac{1}{3}\leqq x\leqq\frac{1}{2}$

□ チャレンジ問題

[1] 地面に置いてあるサッカーボールを蹴り上げたときの軌跡は，２次関数のグラフ（放物線）であることがわかっている。今ボールを地点Aから蹴って，地点Aから 2m 離れた位置の高さが 4m の地点Bと，地点Aから 4m 離れた位置の高さが 6m になった地点Cを通過させた。このとき，サッカーボールが飛んだ距離は何 m か。ただしグラウンドは水平である。

3点 $(0,0)$，$(2,4)$，$(4,6)$ を通る

放物線の式を

$y=ax^2+bx+c$ とおくと

$(0,0)$ を通るので $c=0$

$(2,4)$ を通るので $4a+2b=4$

$(4,6)$ を通るので $16a+4b=6$

これより $a=-\frac{1}{4}$，$b=\frac{5}{2}$

よって $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x$ を得る．

$\rightarrow y=-\frac{1}{4}x(x-10)$

で $y=0$ とすると飛んだ距離がわかる．

こたえは $10m$．

[2] 野球ボールを高さ $h(m)$ の位置から真上に向かって速さ $v(m/s)$ で投げたとき，t 秒後のボールの高さ y は，$y=h+vt-\frac{g}{2}t^2$ という式で表わされることが知られている。ただし，g は重力加速度といわれる定数で約 $10(m/s^2)$ である。いま $h=20$，$v=30$　(m/s) としたとき，何秒後にそのボールは落下を始めるか？また，その時の高さは何 m か？

$h=20$，$v=30$，$g=10$ を

$y=h+vt-\frac{g}{2}t^2$ に

代入して

$y=-5t^2+30t+20$ を得る．

$\Rightarrow y=-5\{t^2-6t\}+20$

$\Rightarrow y=-5\{(t-3)^2-9\}+20$

$\Rightarrow y=-5(t-3)^2+65$

ボールは頂点に達した後落下を始めるので

こたえは 3秒後

また，そのときの高さは

$65m$ である．