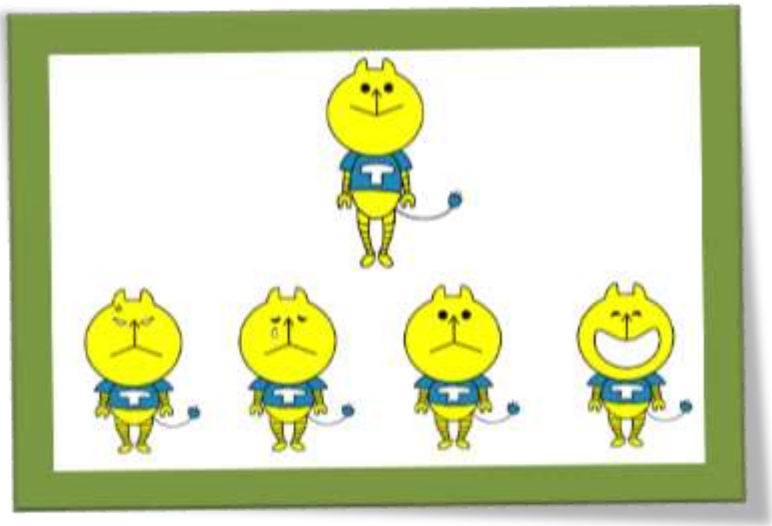
ためになる
算数・数学クイズ集



松田　修［著］

レベル０

Ｑ１．　○に１から９までの数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

○＋○＝○×○

（こたえ）

　こたえは，○＝２　です。

どうして２＋２が２×２と同じになるのか？
この問題に真剣に取り組んだ哲学者は，古代ギリシア哲学の第１人者であるソクラテスでした。そして，彼の出した結論は，「私にはわからない」でした。

Ｑ２．　　ほうそくを見つけて，〇と△に０から９までの異なった数字を入れなさい。

（１，　１）

（２，　３）

（〇，　△）

（１３，　２１）

（３４，　５５）

（８９，　１４４）

（こたえ）

こたえは，〇＝５，△＝８　です。

これは**フィボナッチ数列**と呼ばれるものを利用した問題です。フィボナッチ数列とは,

１，１，２，３，５，８，１３，２１，３４，…

という数列で，最初が１，１から始まり，その後は，隣り合う２つの数の和が次の数となっている数列です。

まつぼっくりや，ひまわりの種，植物の葉っぱの生え方などフィボナッチ数列は自然界の中にたくさん見られる不思議な数列です。

Ｑ３．　ほうそくを見つけて，○と△に０から９までの異なった数字を入れなさい。

＠（１，２，１）＝２

＠（１，３，２）＝○

＠（１，２，４，５）＝６

＠（１，３，４，６）＝△

＠（１，２，８，９）＝１０

（こたえ）

こたえは，○＝３，△＝７　です。

これはカッコの中の数字を全部足して２で割れという命令の記号が＠です。

小学校のときに算数で習う記号は，＋や－，×や÷などがありますが，中学生や高校生になると，変な記号がたくさん使われ始めます。でも，記号の意味さえ分かれば，数のパズルは簡単に解けるのです。

Ｑ４．　　ほうそくを見つけて，○と□に０から９までの異なった数字を入れなさい。

９≡２，　　１８≡４

２７≡○，３６≡１

４５≡□，５４≡５

６３≡０

（こたえ）

　こたえは，○＝６，△＝３　です。

これは７で割った余りを求めよという問題です。

やはり，記号≡の意味を，あーでもないこーでもない，よーく想像してみるのです。そうすればひらめきます。

Ｑ５．　　ほうそくを見つけて，〇と□に０から９までの異なった数字を入れなさい。

Ｌ（２，４）≡２

Ｌ（３，９）≡２

Ｌ（２，１６）≡４

Ｌ（３，８１）≡４

Ｌ（５，２５）≡〇

Ｌ（６，２１６）≡□

（こたえ）

こたえは，○＝２，□＝３　です。

４は２で２回割れる。

９は３で２回割れる。

１６は２で４回割れる。

８１は３で４回割れる。

これはログといわれる数学です。

L(a, x)と書いたら, x は a で何回割れるかという意味です。

実際の数学で $\log_a x$ と書きます。

レベル１

Ｑ１．　　○と△と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

○△×△○＝○□○

（こたえ）

こたえは，○＝２，△＝１，□＝５　です。

○□○となるような数字を**回文**といいます。

二ケタの数で，各桁の数字を入れ替えて，それらの積（かけ算）が，回文となるものは，１１と２２と１２と２１しかないのです。

Ｑ２．　　○と△と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の２つの式が同時に成り立つようにしなさい。

○×△＝□○

○＋△－□＝□×○

（こたえ）

　こたえは，○＝４，△＝６，□＝２　です。

まず，１のかけ算で考えると□＝０となってダメです。

２以上のかけ算で○×△＝□○となるような数字を探すと，２×６，４×６，５×３，５×７，５×９，８×６しかありません。これをヒントに考えればよいのです。

Ｑ３．　　〇と△と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の２つの式が同時に成り立つようにしなさい。

〇＋△＋□＝〇×△×□

（こたえ）

こたえは，○＝１，△＝２，□＝３　です。

このような性質をもつ数は６意外にありません。６と同じような性質をもつ数に**完全数**という数があります。その数は自分以外の約数を全部足すとその数になる数のことです。完全数は小さい方から，

１，２８，４９６，８１２８，…

と続きます。完全数がどのくらいあるのか，有限個なのかそれとも無限にあるのかどうか全く分かっていません。また，奇数の完全数があるのかも分かっていません。

２０１０年現在４３個の完全数が，コンピュータを使って見つかっています。

Ｑ４．　○と△と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

○△○×□△△□=○△○○△○

（こたえ）　こたえは，△＝０，□＝１で，○は０と１以外のどんな数でもＯＫです。

実は, 自分の好きな３つの数字を考え３ケタの数を作ります。そして，それを２回横に並べて６ケタの数字を作ると，それは必ず１００１で割れて, しかも最初に考えた３ケタの数字に戻るという法則（**３ケタの法則** ）があります。

たとえば，３８５を考えます。次にそれを使って，３８５３８５という６ケタの数をつくり, それを１００１で割ると，３８５に戻るのです。

試しに，電卓でやってみてください。

実は，１００１という数は意外な数で，４番目，５番目，６番目の素数という連続した３つの素数をかけたものとなっています。つまり，１００１＝７×１１×１３なのです。

Ｑ５．　○と△と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。答えは３パターンあります。

○△＋△○＝□×□□

（こたえ）

こたえは，○＝１，△＝３，□＝２　か　○＝４，△＝５，□＝３　か　○＝７，△＝９，□＝４　の３パターンです。

この問題には以下の法則がかくれています。まず，２ケタの数とその数字を反対にしたものを足します。すると，それはかならず１１で割れて，しかも計算すると元の２桁の２つの数字を足してできた数になるという法則です。たとえば，１７＋７１＝８８で，８８÷１１＝8となり，8は１７に出てくる２つの数字をたしたもの，つまり１＋７です。

この問題は，右の□×□□がヒントになります。平方数×１１を考えればよいのです。ちなみに**平方数**とは1，4，9，１６，２５，３６，４９，６４，９１のような同じ数字を２回かけてできる数のことです。

Ｑ６．　次の数の列の規則を見つけて，

〇の中に適当な数字を入れなさい。

1, 3, 4, 7, 11, 18, 〇, 47, 76, …

（こたえ）

こたえは，○＝２９です。

これはフィボナッチ数列の応用です。フィボナッチ数列は，

１，１，２，３，５，８，１３，２１，３４，…

という数列で，最初が１，１から始まり，その後は，隣り合う２つの数の輪が次の数となっている数列でした。この問題の数列は最初が１，３から始まり，あとはフィボナッチ数列と同じ規則でできています。

Ｑ７．　○と△と□と◇に０から９までの異なった数字を入れて、次の２つの式が同時に成り立つようにしなさい。

○△×○△＝□◇□△

□◇＋□△＝○△

（こたえ）

こたえは，○＝４，△＝５，□＝２，◇＝０　です。

この問題は２桁の**カプレカー数**を探す問題です。１桁のカプレカー数は９です。なぜなら，９×９＝８１で，８１を半分にして足すと８＋１＝９と元になるからです。このように，同じ数を２回かけて，その後，その答えにならんだ数字を半分に分割して，得られた２つの数を足すと最初の数になるものがカプレカー数です。４５×４５＝２０２５で，２０＋２５＝４５なので４５はカプレカー数です。２桁のカプレカー数はこれ以外には５５と９９があります。

Ｑ８．　　つぎの数の並びの規則を考えて，○と△と□に適当な数字を入れなさい。

１

１　１

１　○　１

１　３　３　１

１　４　△　４　１

１　５　10　□　５　１

（こたえ）

こたえは，○＝２，△＝６，□＝１０　です。

この数の三角形は**パスカル三角形**と呼ばれています。パスカル三角形は，となりどうしの２つの数を足した数を，その間のすぐ下の段に書いて作っていく三角形のことです。算数や数学を勉強していくと，パスカル三角形に関係することが結構あります。科学でもよく使われます。

Ｑ９．　つぎの数の並びの規則を考えて，○と△と□に適当な数字を入れなさい。

１

１　１

１　３　１

１　５　５　１

１　７　○　△　１

１　９　□　25　９　１

（こたえ）

こたえは，○＝１３，△＝7，□＝２５　です。

この数の三角形はパスカル三角形に規則が似ている三角形です。パスカル三角形と違う点は，となりどうしの２つの数だけでなくその間の一つ上の段も足した数を，その間のすぐ下の段に書いて作っていく三角形のことです。

このように考えてみると，みなさんもパスカル三角形に似た三角形を作って，数字クイズをつくることができると思いませんか。

Ｑ１０．　　〇と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$〇^{□}＝□〇$$

（こたえ）

こたえは，○＝５，□＝２　です。

例えば，5^2という記号は，５×５のことです。5^2は“**５の２じょう**”とよみます。5^3という記号は，５×５×５のことです。5^3は“５の３じょう”とよみます。このように同じ数を何回かかけるときに，簡単に，このような記号で書きます。5^1，5^2，5^3，5^4，5^5，…と縦に書いてみると不思議な現象が現れます。

一桁目は５だけ，二桁目は２だけが現れます。そして三桁目は１と６が交互に現れます。さらに，４桁目を調べてみると，３，５，８，０が繰り返します。その繰り返す数字の個数は，３桁目以降は　2^1，2^2，2^3，2^4，…となっているのです。

5^1＝	５
5^2＝	２５
5^3＝	１２５
5^4＝	６２５
5^5＝	３１２５
5^6＝	１５６２５
5^7＝	７８１２５
5^8＝	３９０６２５
…	……

Ｑ１１．　　○と□と△に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$○^{□}＋□^{△}＝△^{□}$$

（こたえ）

こたえは，○＝１，□＝２　△＝３　です。

このような面白い数の組の中で，有名なものは,

$$3^2+4^2=5^2 \text{ や } 3^3+4^3+5^3=6^3$$

などがあります。

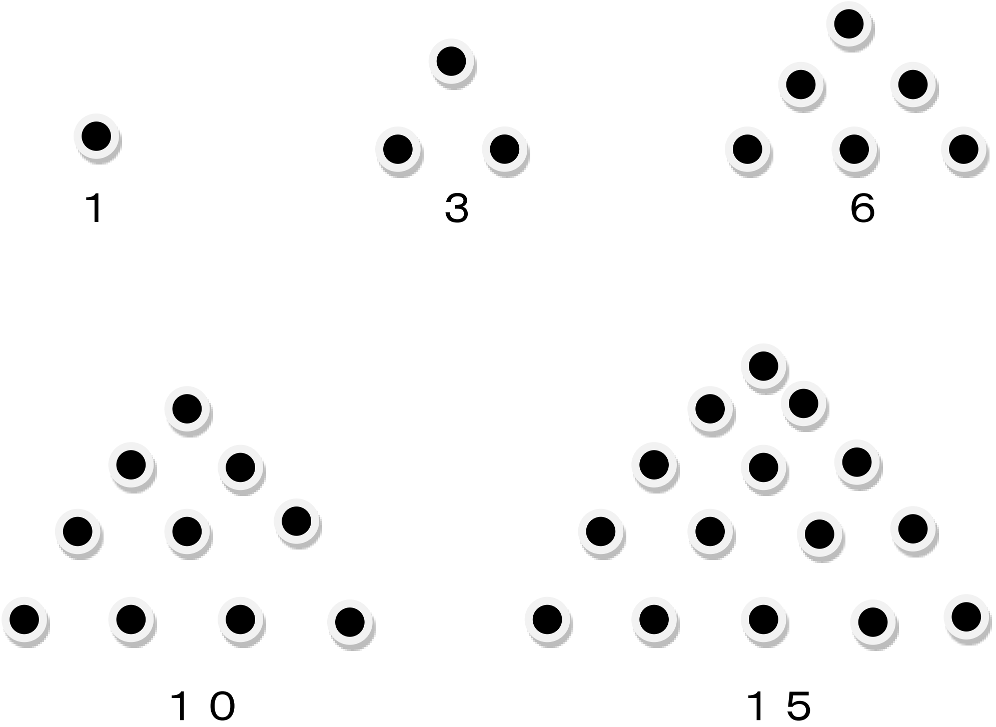
Ｑ１２.　　次の数の列の規則を見つけて，〇の中に適当な数字を入れなさい。

1, 3, 6, 10, 15, 〇, 28, 36, …

（こたえ）

こたえは，〇＝２１　です。

この数の列は**三角数**の列といいます。三角数とは石を三角形に並べたときの数のことです。最初は１個，次に２個たして三角形を作り, その次は３個足してもう少し大きな三角形を作り，その次は４個足して，その次は５個足してというようにして三角数を作っていきます。下の図を見てください。



レベル２

Ｑ１．　○と△と□に１から９までの異なった数字を入れて、次の二つの式が同時に成り立つようにしなさい。

○△□＝○△＋△□＋□○＋□△＋○□

（こたえ）

こたえは，〇＝１，△＝３，□＝２　です。

１３２という数は, 自分を構成する異なる２つ数字から２桁の数を作って，その全ての和で表される最小の数です。

Ｑ１．　○と△と□に１から１０までの異なった数字を入れて、次の二つの式が同時に成り立つようにしなさい。

$$○^2＋△^2＝□^2$$

$$○＋△＋□＝（○×△）÷２$$

（こたえ）

こたえは，○＝６，△＝８，□＝１０　です。

この問題はピタゴラス三角形の中で, 面積と周の長さが同じものを探す問題です。ピタゴラス三角形とは，直角三角形で各辺の長さが自然数であるものをいいます。s, t を０以外の好きな数字を選んで，

$$a = s^2 - t^2,\ b = 2st, \qquad c = s^2 + t^2$$

を計算すると，$a^2 + b^2 = c^2$をみたします。つまり，こうやって出したa, b, cが直角三角形の３辺となっているのです。

たとえば，$s = 4, t = 2$とすると，

$$a = 4^2 - 2^2 = 12, b = 2 \times 4 \times 2 = 16, c = 4^2 + 2^2 = 20$$

となります。

面積と周の長さが一致するピタゴラス三角形は，こたえの他にもあと１つだけあって，それは$a = 5, b = 12, c = 13$ です。

Ｑ３．　　〇と△と□に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が同時に成り立つようにしなさい。

$$〇^{△}－１＝〇×△＋１$$

（こたえ）

こたえは，○＝２，△＝３　です。

△に入る数を素数だけで考えます。

そして，もし，○$^{\triangle}$—１が素数なら，そのとき○$^{\triangle}$—１のことを**メルセンヌ素数**と呼んでいます。メルセンヌ素数は完全数の研究にとても重要で，○$^{\triangle}$—１がメルセンヌ素数なら，○$^{\triangle-1}$×（○$^{\triangle}$—１）が完全数になるのです。

メルセンヌ素数が有限なのか無限にあるのかは，まだわかっていません。メルセンヌ素数は下から，3, 7, 31, 127, 8191, 131071, 前の問題の数 31 と 8191 はどちらもメルセンヌ素数であって，さらに，p をメルセンヌ素数としたとき，M＝$2^{2p-1}-1$ を考えると，ｐ＝３のときM＝３１，ｐ＝７のときM＝８１９１となるのです。

Ｑ４．　　○と△に１から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$1+○^{1}+○^{2}=1+△^{1}+△^{2}+△^{3}+△^{4}$$

（こたえ）

こたえは，○＝５，△＝２　です。

問題の意図は，１から連続した数の累乗の和として，2 通りに表される数を見つけることで, この問題の数は 31 です。このような数は, あとは 8191 しか知られていないようです。

Ｑ５．　○，△，□，◇に１から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$1 = 1^2$$

$$1 + ○ + 1 = ○^2$$

$$1 + ○ + △ + ○ + 1 = △^2$$

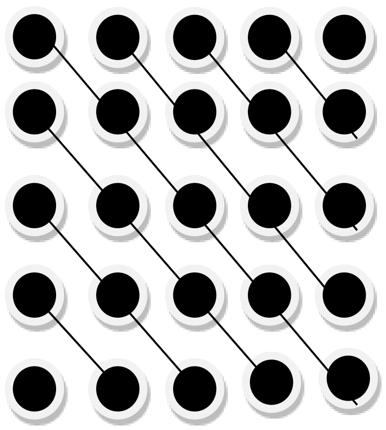
$$1 + ○ + △ + □ + △ + ○ + 1 = □^2$$

$$1 + ○ + △ + □ + ◇ + □ + △ + ○ + 1 = ◇^2$$

（こたえ）

こたえは，○=2，△=3，□=4，◇=5　です。

問題の意図は，平方数の面白い性質を見つけることです。
これは正方形に並べた石を斜めに数える問題なのです。



Ｑ６．　　○，△，□に１から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$3^3+○^3+△^3=□^3$$

（こたえ）

こたえは，○＝４，△＝５，□＝６　です。

$6^3=216$は，3乗数の和で表せる**最小の三乗数**です。次に小さいものが

$$9^3=1^3+6^3+8^3$$

です。

Ｑ７．　　○と□に１から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$5^2 + ○^2 = 1^2 + □^2$$

（こたえ）

こたえは，○＝５，□＝７　です。

５０は二つの平方数の和として２通りに表わせる最小の数です。このような数は，その後

６５，８５，１４５，…

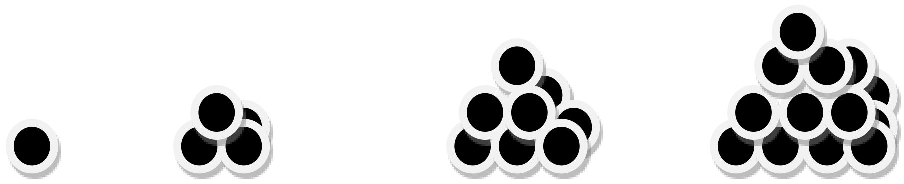
と続きます。

Ｑ８．　次の数の列の規則を見つけて，
〇の中に適当な数を入れなさい。

1, 4, 10, 〇, 35, 56, …

（こたえ）　こたえは，○＝２０　です。

この数列は**三角錐数（四面体数）**という数列で，石を三角錐に積み重ねて作っていきます。



三角錐数はパスカル三角形の４列目にもなっていて，このことを知っていれば簡単に三角錐数を求めることができます。

1						
1	2	1				
1	3	3	**1**			
1	4	6	**4**	1		
1	5	10	**10**	5	1	
1	6	15	**20**	15	6	1

Ｑ９．　　○，□に１から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$１２^3＋○^3＝１０^3＋□^3$$

（こたえ）　こたえは，○＝１，□＝９　です。

この計算の答えは１７２９です。

１７２９は数学者としてみんなが憧れるインドの天才数学者**ラマヌジャン**の逸話にでてくる数字です。

それは,**G.H.ハーディー**という数学者がラマヌジャンの病床を見舞ったとき，「ここに来るとき拾ったタクシーのナンバーは１７２９で,その数は私にとってどうという数ではなかったし，それがよくない前兆ではないように願っていた」と言いました。その直後に「違う」とラマヌジャンが答えました。「それはたいへんおもしろい数だよ。だって，**２組の３乗数の和で２通りに表される最小の数**なんだよ」といったということです。

Ｑ１０．　　◇，□，△に０から９までの異なった数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

１◇□△－△□◇１＝１△□◇

（こたえ）

　こたえは，◇＝９，□＝８，△＝０　です。

ある数の逆順に並べ換えたものを，もとの数から引くと，その差が，もとの数の数字を入れ換えたものになっている４桁の数です。

　このような４桁の数は，

５８２３－３２８５＝２５３８

３８７０－０７８３＝３０８７

２９６１－１６９２＝１２６９

９１０８－８０１９＝１０８９

しかありません。

Ｑ１１．　以下，数表から数字６の不思議な性質を発見せよ。

$６^{2}＝３６$

$６６^{2}＝４３５６$

$６６６^{2}＝４４３５５６$

$６６６６^{2}＝４４４３５５５６$

（こたえ）

こたえは，

３＋６＝９

４３＋５６＝９９

４４３＋５５６＝９９９

４４４３＋５５５６＝９９９９

というように，半分に区切って前半部と後半部を足すと，９が並ぶのです。

Ｑ１２．　以下の式が成り立つように図形の中に適当な数を入れよ。

$$\bigcirc^3+\square^3=(\bigcirc+\square)^2$$

$$\bigcirc^3+\square^3+\triangle^3=(\bigcirc+\square+\triangle)^2$$

$$\bigcirc^3+\square^3+\triangle^3+\diamond^3=(\bigcirc+\square+\triangle+\diamond)^2$$

（こたえ）

こたえは，

$$1^3+2^3=(1+2)^2$$

$$1^3+2^3+3^3=(1+2+3)^2$$

$$1^3+2^3+3^3+4^3=(1+2+3+4)^2$$

です。

日本では高校生になると **1 乗和の公式**と **2 乗和の公式**を習います。それが，

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

です。そして，

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=(1+2+\cdots+n)^2$$

となっているのです。さて，次にこのような面白い法則となるのは何乗のときなのでしょかねえ。

Ｑ１３．　以下の式が成り立つように図形の中に適当な数を入れよ。

$$\bigcirc^3+\square^3+\triangle^3=\bigcirc\square\triangle$$

（こたえ）

こたえは，４つあって，

（○，□，△）＝（１，５，３），（３，７，０），（３，７，１），（４，０，７）

これらは，３桁の数で，各桁の３乗の和が，元の自然数に等しくなる数で，３桁の**ナルシスト数**と呼ばれています。１桁のナルシスト数は，１から９の全ての数であり，４桁のナルシスト数は，例えば，１６３４があり，

$$1^4+6^4+3^4+4^4=1634$$

で，８２０８，９４７４が４桁のナルシスト数です。　ところが，２桁のナルシスト数は存在しません。ナルシスト数は全部で８７個存在します。最大のナルシスト数は３９桁で，

115132219018763992565095597973971522401

です。

Ｑ１４．　以下の式が成り立つように図形の中に適当な数を入れよ。

$$○^3+○^3=□○△$$

$$□^3+○^3+△^3=◇△$$

$$◇^3+△^3+△^3=○○$$

（こたえ）

こたえは，○＝５，□＝２，△＝０，◇＝３

これは，**５５に関する問題**である。すなわち，５５は，５５を各桁に分けて３乗し，和をとる。得られた数に同じ処理をすると，３回目に５５が再び現れるのである。

$$55 \rightarrow 5^3+5^3=250 \rightarrow 2^3+5^3+0^3=133$$
$$\rightarrow 1^3+3^3+3^3=55$$

５５については，５番目の四角錐数であり，３角数でかつ平方数である１以外の最初の数であり，４番目のカプレカー数でもある。すなわち，$55^2=3015 \rightarrow 30+25=55$ である。

Ｑ１５．　以下は，１から１６までを使った４次の魔方陣である。空欄に数字をいれて魔方陣を完成させよ。

	2		
	１６		１４
	１１		
	5		4

＊ここでいう４次の魔方陣とは，横の合計も縦の合計も斜めの合計も，どれも３４となっている方陣のこと。

（こたえ）

こたえは，

8	2	１５	9
3	１６	1	１４
１０	１１	6	7
１３	5	１２	4

４次の魔方陣は８８０種類あります。

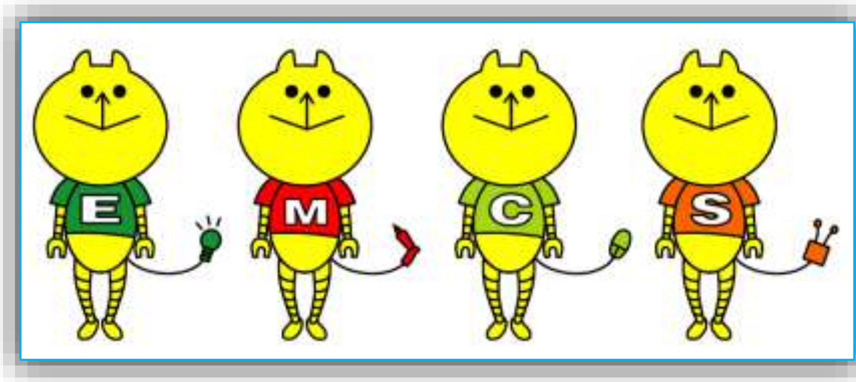
５次の魔方陣は 275, 305, 224 種類あります。

６次の魔方陣は何種類あるかまだわかっていません。

3 次の魔方陣は，実質的には下の１種類だけです。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

津山洋学資料館には，３次の魔方陣が飾られていますが，間違ったものになっています。今度行かれたらチェックすると楽しいです。



津山高専のゆるきゃらー“てくにゃん”たちです。