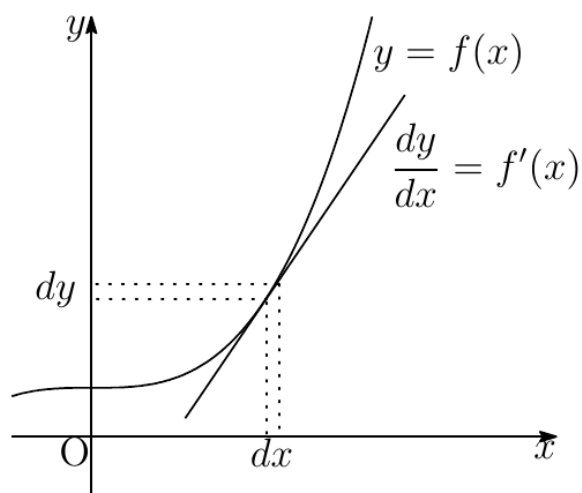


基本的なこと

1.  $dx$  :  $x$ の微分（超微小増加量）， $dy$  :  $dx$ に対する $y$ の微分
2.  $\frac{dy}{dx}$  :  $y$ の増加量の瞬間的な傾き



3. 微分と積分は互いに逆操作

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \quad \Leftrightarrow \quad y = \int f(x) dx + C$$

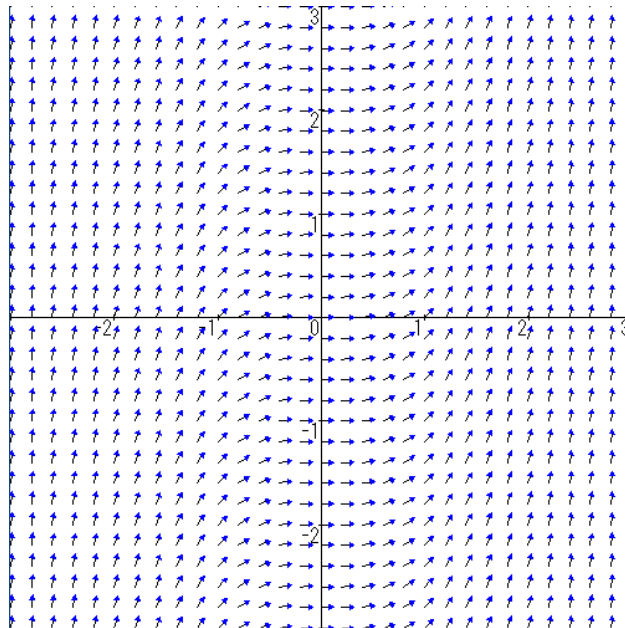
（微分方程式）

（例）

$$y = x^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 2x \quad \Rightarrow \quad y = \int 2x dx + C = x^2 + C$$

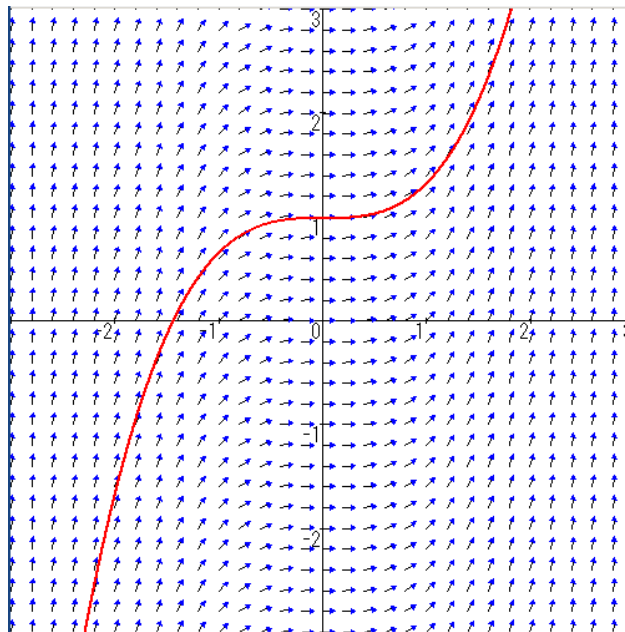
スロープフィールドと積分曲線（解曲線）

$$\frac{dy}{dx} = x^2 \text{ のスロープフィールド}$$



$$\frac{dy}{dx} = x^2 \Leftrightarrow y = \int x^2 dx + C = \frac{1}{3}x^3 + C$$

これより、点(0,1)を通る積分曲線は、 $y = \frac{1}{3}x^3 + 1$



$$\text{積分曲線： } y = \frac{1}{3}x^3 + 1$$

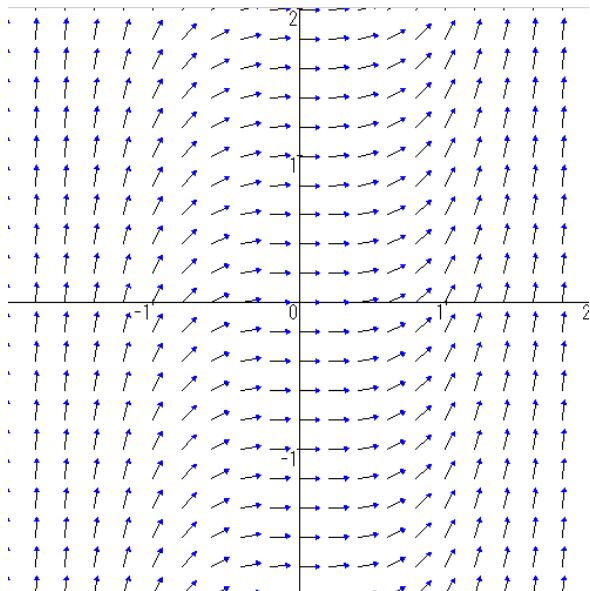
演習

問題. 次の微分方程式に対応するスロープフィールドに対して以下の問いに答えよ.

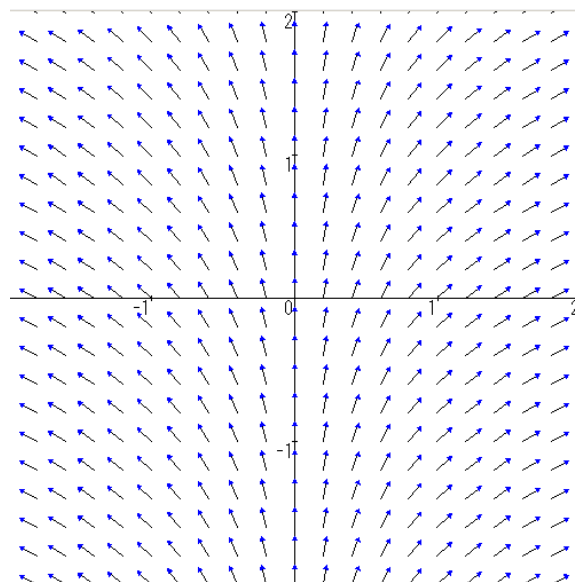
(1)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$       (2)  $\frac{dy}{dx} = x^4 + x^2$       (3)  $\frac{dy}{dx} = e^x$       (4)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2} + x$

問1. スロープフィールド上の点(1,1)を通る積分曲線をそれぞれ描け.

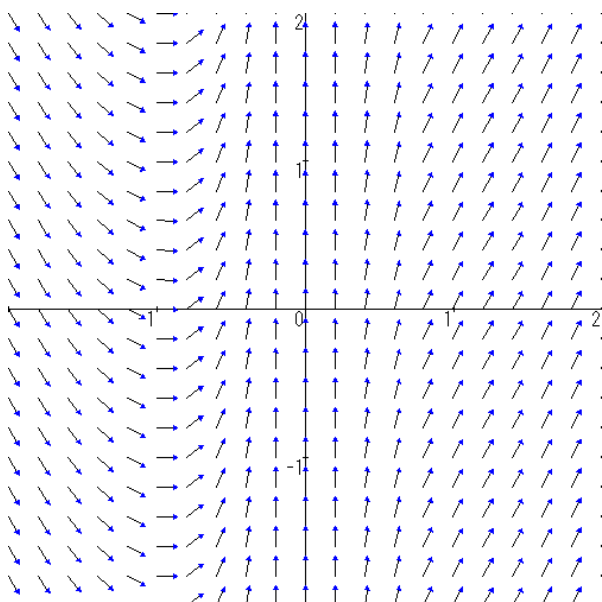
問2. 微分方程式に対応するスロープフィールドは下図 A,B,C,D のどれか, 理由を述べて答えよ.



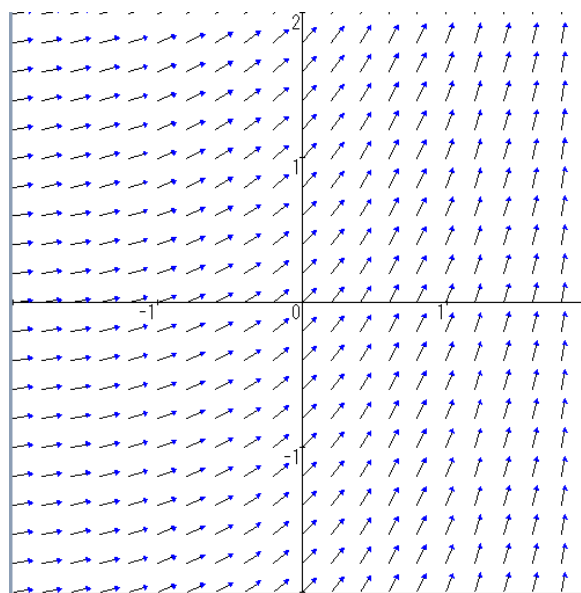
A



B



C



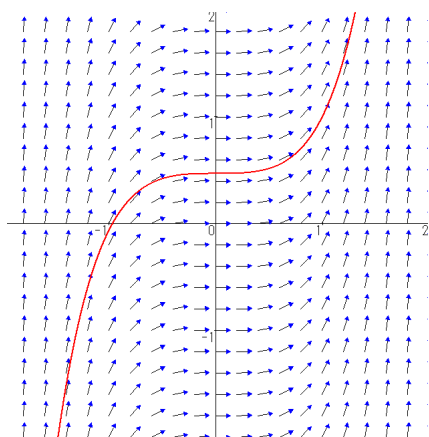
D

問3 各微分方程式の点(1,1)を通る積分曲線を求めよ.

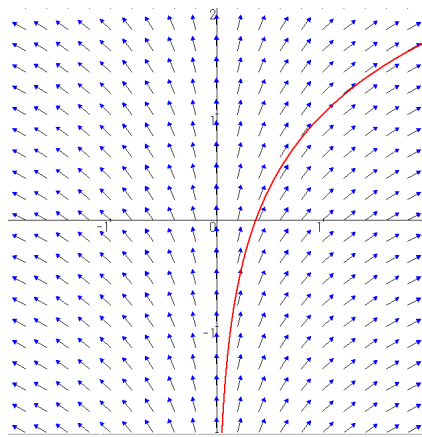
(1)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$       (2)  $\frac{dy}{dx} = x^4 + x^2$       (3)  $\frac{dy}{dx} = e^x$       (4)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2} + x$

解答

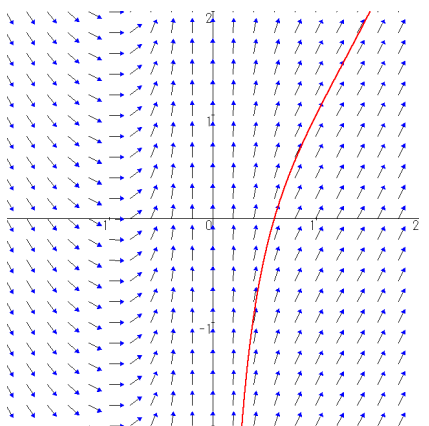
問1.



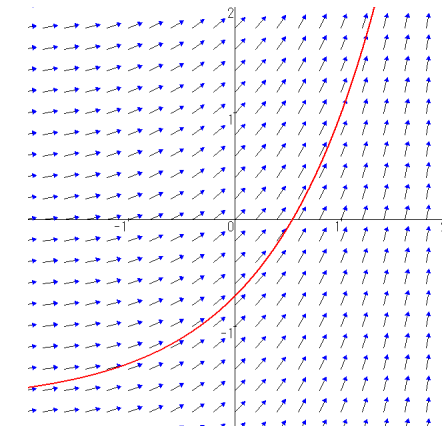
A



B



C



D

問2. (1) B (2) A (3) D (4) C

問3 (1)  $y = \log x + 1$  (2)  $y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{7}{15}$  (3)  $y = e^x - e + 1$  (3)  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + \frac{3}{2}$