

「マハラノビス距離と2次曲線」を線形代数の授業で

教材として扱ってみたい理由

都立産業技術高等専門学校ものづくり工学科

齋藤 純一

マハラノビス(Mahalanobis)は20世紀前半に活躍したインドの数理統計学者です。この人が導入した多次元空間における距離尺度をマハラノビス距離と呼んでいます。距離、というとユークリッド距離を思い出しますが、もちろんそれとは異なるものです。

2次元平面上のある点から等距離にある点の集合を曲線で結んだとき、ユークリッド距離を採用した場合は円を描きます。円は、その中心にあるものに対して「近さを測る基準」として利用されることが多々あります。例えば中心を自宅とした半径1kmの円を地図上に描いたとき、円の内部の場所を自宅近辺と呼んだりします。(半径の値には個人差があると思いますが…)

マハラノビス距離を採用した場合には、等距離にある点の集合を曲線で結ぶと楕円になります。世間一般の感覚では、先ほどの円とは異なり近さを測る基準とはなりません。では、どのようなときにこの楕円を利用するのでしょうか。

ある2次元ベクトルデータの集合があり、そのベクトルの2つの成分に高い相関があるとします。するとそれら2次元ベクトルデータを散布図に示したとき、ある直線の周辺にデータを表す点が集中している様子が見られます。その直線は回帰直線と呼ばれるものですが、回帰直線に長軸が重なるように適当な大きさの楕円を描くと、前述のデータを表す点の多くがその楕円の中に含まれるようになります。このことから、描かれた楕円は次のような「基準」と考えられます。

「楕円内にある点の成分はより相関が強く、楕円外にある点はそれと比較して相関が弱い」

以上のことから、マハラノビス距離は相関のあるベクトルデータの集合に含まれるデータを、相関がより強いものとそうでないものに分けることができる、と言えます。このことを利用してマハラノビス距離は、例えば製品の品質管理に実際に利用されています。より具体的には以下の企業のHPをご参照ください。

https://www.toshiba-dme.co.jp/dme/coretec/hin/hin_mt.htm (東芝DME株式会社)

HPに記されている「MT(マハラノビス・タグチ)システム」が、マハラノビス距離を利用した品質工学の手法であり、製品の品質管理に使われています。なお、タグチとは品質工学の研究者である田口玄一氏のお名前です。

今回作成した教材「マハラノビス距離と2次曲線」の内容も、簡単な例ではありますが、自動車のタイヤの品質管理に関するものとなっています。自動車の速度とブレーキをかけた時の停止距離にはある程度の相関がありますが、その相関が弱いデータ、例えば速度が遅いの

に停止距離が長いデータとなったタイヤは明らかに運転上危険であると考えられます。そのようなタイヤを不良品と見なすための基準に、マハラノビス距離での等距離にある点の集合を結んでできる楕円が利用されているのです。

楕円は、高等専門学校の場合、線形代数の授業で2次曲線の1つとして扱われます。楕円は数学的な特徴を多く持っておりそれだけで興味深い曲線ですが、工学を専門として学ぶ学生にとっては楕円が工学に役立つのかどうかも知りたいと思います。行列もそうですが、線形代数で学ぶ内容が実は工学に深く関わっていることを知って欲しいために今回の教材を作成しました。題目にある「理由」が、まさにこのこととなります。

参考文献：

救仁郷 誠, マハラノビスの距離 入門 –MTS法を理解するために–, 品質工学 vol.9, no.1, pp.13-21, 2001.