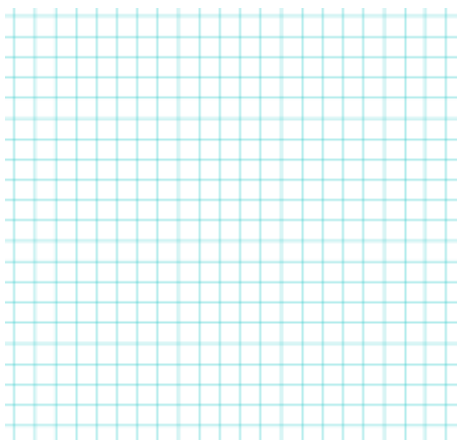


問題2（レベル2）. 以下の表は，ある薬Pを血清濃度75.0mg/mlで投与したとき，その後の経過時間後における1ml中の血流中のPの濃度mgに関するデータである。

時間（ t 時間後）	0	1	2	3	4	5	6
Pの濃度 x （mg/ml）	75.0	55.9	41.8	31.3	23.3	17.3	1.30
Pの濃度変化量 $\delta x = x(t+1) - x(t)$	0						
δx の近似値 Δx							
$\delta x - \Delta x$							

(1) Pの濃度変化量 Δx の欄を埋めよ.

(2) Pの濃度 x を横軸にとり，Pの濃度変化量 δx を縦軸にとり，点 $(x, \delta x)$ を下の方眼にプロットせよ.



(3) δx の近似 Δx を， $\Delta x = kx$ から求め， $\delta x - \Delta x$ が ± 0.2 以内となるように k を小数第2位まで決定せよ.

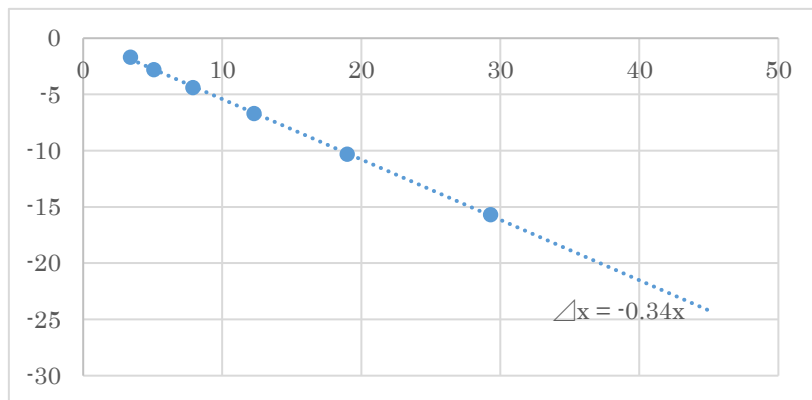
(4) $\Delta t = 1$ と考え， $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ から微分方程式 $\frac{dx}{dt} = f(t, x)$ を作れ.

(5) 上の微分方程式を解き， $x \leq 0.5$ となる最小の t を小数第1位まで求めよ.

(6) $t = 6$ でPを血清濃度75.0mg/ml追加投与したとき， $t = 12$ のときのPの濃度 x （mg/ml）を小数第1位まで推定せよ.

解答例

時間 (t 時間後)	0	1	2	3	4	5	6
P の濃度 x (mg/ml)	75.0	55.9	41.8	31.3	23.3	17.3	1.30
P の濃度変化量 $\delta x = x(t+1) - x(t)$	0	-19.1	-14.1	-10.5	-8.0	-6.0	-4.3
δx の近似値 Δx		-19.0	-14.2	-10.6	-7.9	-5.9	-4.4
$\delta x - \Delta x$		-0.1	0.1	0.1	-0.1	-0.1	0.1



- (3) δx の近似 Δx を, $\Delta x = kx$ から求め, $\delta x - \Delta x$ が ± 0.2 以内となるように k を小数第 2 位まで決定せよ.

$$k = -0.34, \quad \Delta x = -0.34x$$

- (4) $\Delta t = 1$ と考え, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ から微分方程式 $\frac{dx}{dt} = f(t, x)$ を作れ.

$$\frac{dx}{dt} = -0.34x \quad (t = 0, x = 45)$$

- (5) 上の微分方程式を解き, $x \leq 0.5$ となる最小の t を小数第 1 位まで求めよ.

$$x = 75e^{-0.34t}, \quad 75e^{-0.34t} \leq 0.5 \text{ より } t \geq \frac{\ln \frac{0.5}{75}}{-0.34} = 14.73 \text{ より } t = 14.8 \text{ 時間後}$$

- (6) $t = 6$ で P を血清濃度 75.0mg/ml 追加投与したとき, $t = 12$ のときの P の濃度 x (mg/ml) を小数第 1 位まで推定せよ.

$x(6) = 75 + 75e^{-0.34t} = 75(1 + e^{-0.34t})$ であり, これを初期値として微分方程式(4)を解くと,

$x = 75(1 + e^{-0.34t})e^{-0.34(t-6)}$ となる。したがって,

$$x(12) = 75(1 + e^{-0.34 \times 12})e^{-0.34(12-6)} = 9.9$$