数理・データサイエンス教材案（ファジー線形計画法１）

2019 年 9 月 24 日

提案者：松田 修

問題. 某会社では，製品XとYを生産している。そして，これらを生産するには 3 種類 A,B,C の資源を必要とする。これらの製品XとYを1kg生産するための資源 A,B,C の必要量と，今年のそれらの資源の調達可能量は以下の通りである。

資源	X	Y	現在の調達可能量
A	4	5	検討中
B	6	4	20,000
C	3	10	30,000

ただし，A については過去 4 年間の調達実績量を以下に挙げる。

年	4 年前	3 年前	2 年前	1 年前
調達実績量	16,800	17,400	18,000	19,000

Xの価格は1kg辺り 0.7 千円，Yの価格は1kg辺り 1.2 千円である。xをXの生産量，yをYの生産量としたとき，XとYを合算した生産売り上げを最大にするには，生産量xとyをどのように計画すればよいか。

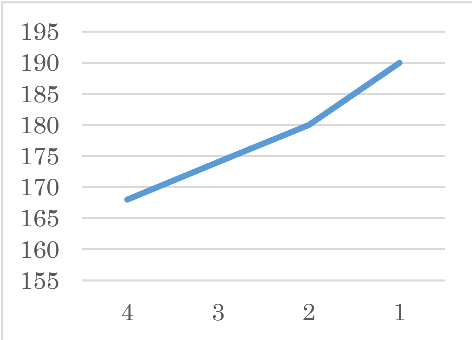
解答例

線形計画法で考える。
目的関数： $z = 0.7x + 1.2y$
制約条件：

$$4x + 5y \leq \varphi,\ 6x + 4y \leq 20000,\ 3x + 10y \leq 30000$$

となる。

φが推定できれば，目的関数zが決まる。φの過去の実績量は以下のグラフの通りである。



これより，φのt年前に対する回帰直線の式を求めると，

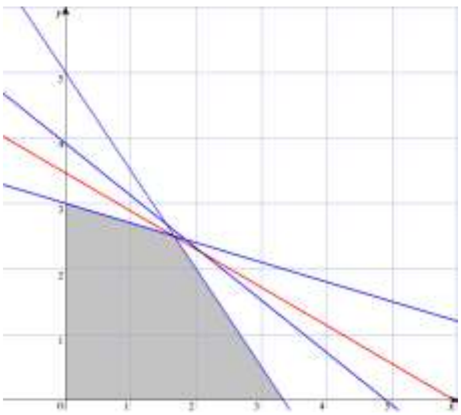
$$\varphi = 7.2(5 - t) + 16000$$

したがって，今年度$t = 0$のとき，

$$\varphi = 7.2(5 - 0) + 160 = 19600$$

となる。

制約条件を図示すると以下のようになり，$6x + 4y = 20000$，$3x + 10y = 30000$の交点(x, y)を$z = 0.7x + 1.2y$に代入して得られたzが最大になる。



連立方程式$6x + 4y = 20000$，$3x + 10y = 30000$より，

$$x = \frac{5000}{3},\qquad y = 2500,\quad z = \frac{12500}{3}$$

を得る。

（別解）　シンプレックス法で求める。すなわち，

$$\begin{pmatrix} -0.7 & -1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ s \\ t \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 19600 \\ 20000 \\ 30000 \end{pmatrix}$$

を考える。

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} -0.7 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 & 19600 \\ 6 & 4 & 0 & 1 & 0 & 20000 \\ 3 & 10 & 0 & 0 & 1 & 30000 \end{array}\right) \xrightarrow{R_4/10} \left(\begin{array}{ccccc|c} -0.7 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 & 19600 \\ 6 & 4 & 0 & 1 & 0 & 20000 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 3000 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\substack{R_2-5R_4 \\ R_3-4R_4}]{R_1+1.2R_4} \left(\begin{array}{ccccc|c} -0.34 & 0 & 0 & 0 & 1.2 & 3600 \\ 2.5 & 0 & 1 & 0 & -0.5 & 4600 \\ 4.8 & 0 & 0 & 1 & -0.4 & 8000 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 3000 \end{array}\right) \xrightarrow{R_3/4.8} \left(\begin{array}{ccccc|c} -0.34 & 0 & 0 & 0 & 1.2 & 3600 \\ 2.5 & 0 & 1 & 0 & -0.5 & 4600 \\ 1 & 0 & 0 & 1/4.8 & -1/12 & 5000/3 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 3000 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\substack{R_3-2.5R_3 \\ R_4-0.3R_3}]{R_1+0.34R_3} \left(\begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & 0 & 17/240 & 703/600 & 12500/3 \\ 0 & 0 & 1 & -5/96 & -7/24 & 1300/3 \\ 1 & 0 & 0 & 1/4.8 & -1/12 & 5000/3 \\ 0 & 1 & 0 & -1/16 & 1/8 & 2500 \end{array}\right)$$

したがって，

$$\begin{cases} z = \dfrac{12500}{3} - \dfrac{17}{240}t - \dfrac{703}{600}u & ① \\ x = \dfrac{5000}{3} + \dfrac{1}{4.8}t + \dfrac{1}{12}u & ② \\ y = 2500 + \dfrac{1}{16}t - \dfrac{1}{8}u & ③ \end{cases}$$

①より $t = u = 0$のとき，zは最大をとり，

$$z = \frac{12500}{3} \sim 4166.7,\quad x = \frac{5000}{3} \sim 1666.7,\qquad y = 2500$$

を得る。