

問題1（レベル1）. ある増加率で分裂を繰り返すバクテリアがいる. 分裂後の個体数のデータは以下である. このバクテリアが10000個を超えるのは最低何時間何分後かを求めたい.

時間 (t 分後)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
分裂後の個数 (N)	63	81	109	146	143	250	334	439	581
推測個数 (y)									
誤差 $N - y$									

(1) 平均増加率を求めよ.

(2) 平均増加率を使って, 推測に使う関数 $y = f(t)$ をたて, 推測個数 (y) の欄を埋めよ.

(3) 誤差 $N - y$ の欄を埋めよ.

(4) (2)でたてた関数から, 10000個を超える最低経過時間を推定せよ.

問題2 (レベル2). ある増加率で分裂を繰り返す細菌がいる. 分裂後の個体数のデータは以下である. この細菌が 10000 個を超えるのは最低何時間何分後かを求めたい.

時間 (t 分後)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
分裂後の個数 (N)	63	81	109	146	143	250	334	439	581
推測個数 (y)									
誤差 $N - y$									

(1) 平均増加率を求めよ.

(2) 推測に使う関数 $y = f(t)$ をたて, 推測個数(y)の欄を埋めよ.

(3) 誤差 $N - y$ の欄を埋めよ. ただし, 誤差の絶対値が 50 以上の欄がある場合は, (2)の推測に使った関数を訂正してやり直せ.

(4) (2)でたてた関数から, 10000 個を超える最低経過時間を推定せよ.

解答例

問題 1 (レベル 1).

時間 (t 分後)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
分裂後の個数 (N)	63	81	109	146	143	250	334	439	581
推測個数 (y)	63	84	112	150	200	266	355	474	632
誤差 $N - y$	0	-3	-3	-4	-57	-16	-21	-35	-51

(1) 平均増加率を求めよ.

$$30 \text{ 分毎に } 1.334 \quad \text{または, } 1 \text{ 分毎に } 1.334^{\frac{1}{30}}$$

(2) 推測に使う関数 $y = f(t)$ をたて, 推測個数 (y) の欄を埋めよ.

$$y = 63 \cdot 1.334^{\frac{t}{30}}$$

(4) (2) でたてた関数から, 10000 個を超える最低経過時間を推定せよ.

$$63 \cdot 1.334^{\frac{t}{30}} \geq 10000 \rightarrow t \geq 30 \log_{1.334} \frac{10000}{63} = 527.5$$

よって, 8 時間 48 分後 (528 分後)

問題 2 (レベル 2).

時間 (t 分後)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
分裂後の個数 (N)	63	81	109	146	143	250	334	439	581
推測個数 (y)	63	83	110	145	191	252	333	440	581
誤差 $N - y$	0	-2	-1	1	-48	-2	1	-1	0

(1) 平均増加率を求めよ.

$$30 \text{ 分毎に } 1.334 \quad \text{または, } 1 \text{ 分毎に } 1.334^{\frac{1}{30}}$$

(2) 推測に使う関数 $y = f(t)$ をたて, 推測個数 (y) の欄を埋めよ.

$$y = 63 \cdot 1.32^{\frac{t}{30}}$$

(4) (2) でたてた関数から, 10000 個を超える最低経過時間を推定せよ.

$$63 \cdot 1.32^{\frac{t}{30}} \geq 10000 \rightarrow t \geq 30 \log_{1.32} \frac{10000}{63} = 547.5$$

よって, 9 時間 8 分後 (548 分後)