

第5回

10進 BASIC でマルコフ方程式の研究

1. 10進 BASIC マルコフ方程式の解を見つけるためのプログラミング

以下をマルコフ方程式という.

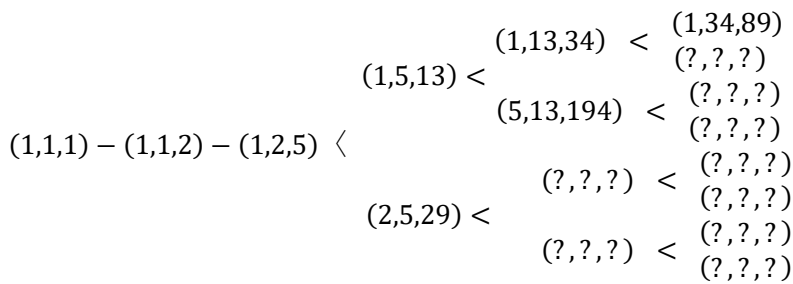
$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$$

マルコフ方程式の正の整数解 (x, y, z) で $1 \leq x \leq y \leq z$ を満たすものをマルコフ解という. また, マルコフ解に現れる数をマルコフ数という.

```

! マルコフ方程式
LET n=200
FOR x=1 TO n
  FOR y=x TO n
    FOR z=y TO n
      LET M=x^2+y^2+z^2
      IF M=3*x*y*z THEN PRINT x;y;z
    NEXT Z
  NEXT Y
NEXT X
END
    
```

上のプログラムから得られたマルコフ解を, ある法則で並べると (マルコフ家系図と呼ぶ),



となる. このとき, マルコフ数は

1,2,5,13,29,34,89,...

となる.

演習1. マルコフ家系図の法則を考え, $(?,?,?)$ にマルコフ解となる数字を入れ第6世代までの家系図を完成させよ.

演習2. 500までのマルコフ数を求めよ.

本日の実験実習の課題

課題1. マルコフ解 $(1,1,2)$ は $1^2 + 1^2 = 2$ を満たし, $(2,5,29)$ は $2^2 + 5^2 = 29$ を満たす. このような 2 乗の性質 $(x^2 + y^2 = z)$ をもつマルコフ解を 8 個列挙し, その性質を予想せよ.

課題2. マルコフ数 $1, 2, 5, 13, 29, 34, 89, \dots$ の法則を予測し, マルコフ数から得られる分数列

$$\frac{2}{1}, \frac{5}{2}, \frac{13}{5}, \frac{29}{13}, \frac{34}{89}, \dots$$

はどのような数に収束するか, 予測せよ.

課題3. 以下を偽マルコフ方程式という.

$$x^2 + y^2 + z^2 = xyz$$

偽マルコフ解の家系図を第 6 世代まで作れ.

課題4. 偽マルコフ解の性質を予想せよ.

| 実験実習スキルの到達目標 | | |
|--------------|-----------------------|---|
| 項目 | スキル | 到達目標 |
| 計画と実施 | マルコフ解を求めるプログラミング | 友人と話し合いながらマルコフ解を求めるプログラミングができる。 |
| 機器・器具の操作 | 多重 FOR 文の理解とコンピュータの操作 | 多重 FOR 文のしくみを理解し, それを適切に利用でき, コンピュータを操作できる。 |
| 結果・分析・考察 | 実行結果の判定と数学的な考察 | 実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき, それらのデータをもとにマルコフ数に関する数学的考察ができる。 |

実験実習報告書（第5回）

| | | | |
|--------------------|-----|---|---|
| 3-S 番号 () 名まえ () | 評 価 | | |
| | A | B | C |

課題 1

課題 2

課題 3

課題 4

自由記述欄

3-S 番号（ ） なまえ（ ）

実験実習スキル評価（第5回）

| 項目 | スキル | 到達目標 | レベル3相当 | | | | 自己評価 |
|----------|---------------------|---|--|---|--|--|------|
| | | | A | B | C | D | |
| 計画と実施 | マルコフ解を求めるプログラミング | 友人と話し合いながらマルコフ解を求めるプログラミングができる。 | 自力でマルコフ解を求めるプログラミングができる。 | 友人と話し合いながらマルコフ解を求めるプログラミングができる。 | 教員の助言を受けながらマルコフ解を求めるプログラミングができる。 | 教員の助言を受けてもマルコフ解を求めるプログラミングができない。 | |
| 機器・器具の操作 | 多重FOR文の理解とコンピュータの操作 | 多重FOR文のしくみを理解し、それを適切に利用できる。コンピュータを操作できる。 | 多重FOR文のしくみを完全に理解できて、適切に利用でき、コンピュータを操作できる。 | 多重FOR文のしくみをだいたい理解しているので、ある程度利用でき、コンピュータを操作できる。 | 誰かの助言を受ければ、多重FOR文が理解でき、なんとか使うことができる。コンピュータを操作できる。 | 多重FOR文のしくみを理解できていないので、利用できない。 | |
| 結果・分析・考察 | 実行結果の判定と数学的な考察 | 実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。 | 自分自身で実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。 | 友人と話し合いながら実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。 | 教師の助言を受けながら実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。 | 教師の助言を受けても実行結果が適切な数値であるかどうか判定できない、それらのデータをもとに極限に関する数学的考察もできない。 | |