

十進BASICによる
工学へのニューアプローチ
(数学・物理・電気電子工学・機械工学編)

松田修・川部健・中村重之・橋本淳 [著]

まえがき

理工学の勉強で大切なことは、教科書や本に並んでいる数式が何を意味するかを理解することです。しかし数式を一つ一つ理解していくことは大変なことでもあり、イメージしにくいものもたくさん出てきます。そこで最近ではパソコンの性能が良くなったこともあり、多くの数値計算法などの本が出版されるようになりました。

理工系でよく使われるコンピュータ言語は、FORTRAN や C が主なものです。したがって多くの数値計算の本がそのような言語を使って説明してあります。しかし、言語習得が得意な人はそれで良いのですが、なかなか習得できない人は、コンピュータ言語そのものを習得することに四苦八苦して、数式を理解するという本質から外れてしまっています。私たちはそのような後者の人たちを対象に、この本を執筆しました。

この本では十進 BASIC という言語を使って、数学や物理や工学を学んでいきます。十進 BASIC は文京大学の白石和夫先生が作られたフリーソフトです。何故十進 BASIC なのかという理由は次の通りです。

フリーソフトであるので、だれでも無料で十進 BASIC のホームページからダウンロードして使えます。

簡単な BASIC という言語でプログラムできるので、習得するのに時間がかかりません。

従来面倒であった関数のグラフなども簡単に描くことができます。

FORTRAN や C などの言語を勉強するときも十分応用が利きます。

私たちは、この本でまず工学の勉強にすぐに使えるような必要最低限の十進 BASIC の知識を説明します。それはページ数にして 10 ページといったところです。そしてその知識を使って、その後すぐに工学に必要な数学と物理の十進 BASIC を使った解説を行います。最初の十進 BASIC の簡単な導入と数学編は松田が、物理学編は川部が書きました。勿論見ていただければすぐにわかるように、ここで扱うものが全てではありません。しか

し扱ったものの多くは読者を魅了し、読んでいて楽しく、かつ利用価値の高いものばかりを選んでいきます。そして同時に十進 BASIC を使ってこのように勉強していけばよいのかという方向性を示しました。

工学は電気・電子工学と機械工学を扱いました。電気・電子工学編は中村が、機械工学編は橋本が書きました。いずれも、各分野で基本となるものを扱います。いろいろなシミュレーションを行い、実際に数値を出してその結果を見て、あるいはグラフを描いて考えることにより、工学で扱う現象を体験的に感じ取れるはずです。

著者の4人は現在津山工業高等専門学校で教官です。日頃からどのようにすれば学生たちに、工学を楽しく学んでいけるかを考えています。その思いを込めて、これから工学を学んでいこうとしている読者のみなさんが、この本によって楽しくそして奥深く学べ、さらなるステップを踏まれることを望んで執筆しました。

2003年11月

松田修

目次

第0章	十進 BASIC のダウンロード	7
第1章	十進 BASIC の速攻習得	9
1.1	十進 BASIC のタスクバー	9
1.2	まずは5つの基本命令文を覚えよう	10
1.2.1	INPUT 文, 代入文, PRINT 文,	10
1.2.2	FOR 文	11
1.2.3	IF 文	13
1.2.4	プログラムや結果の保存	14
1.3	簡単グラフィックス !!	15
1.4	利用価値の高い組み込み関数	17
1.5	第1章のまとめ	20
第2章	数学編	21
2.1	方程式を解こう	22
2.1.1	2次方程式の解を求めよう	22
2.1.2	3次以上の方程式の解を考える(中間値の定理)	23
2.1.3	微分法を学ぼう	25
2.1.4	3次以上の方程式の解を考える(ニュートン法)	28
2.1.5	DO 文でニュートン法	30
2.2	サインカーブで遊ぼう	31
2.2.1	サイン, コサイン	31
2.2.2	サインカーブを描こう	33
2.2.3	サインとコサインの関係	34
2.2.4	$\sin t$ の近似値	36

2.2.5	いろいろな波形	39
2.2.6	フーリエ級数のはなし	42
2.2.7	その他の曲線	43
2.3	長さや面積を求めるプログラムから積分を理解しよう	47
2.3.1	長さを求める	47
2.3.2	面積を求める	49
2.3.3	定積分について	50
2.3.4	シンプソンの公式	53
2.4	微分方程式を解こう	55
2.4.1	オイラー法で微分方程式を解く(その1)	55
2.4.2	オイラー法で微分方程式を解く(その2)	57
2.4.3	ルンゲ・クッタ法でもっと精密に	60
2.4.4	もっと知りたい人のために	62
2.5	楽しく研究しよう	63
2.5.1	円上の弦の軌跡でつくる包絡線	63
2.5.2	マンデルブロー集合の対称性	66
2.5.3	楕円鏡のレーザービームの反射光がつくる包絡線	69
2.6	第2章の終わりに	73
第3章	物理学編	75
3.1	放物運動	76
3.1.1	空気抵抗がない場合	76
3.1.2	モンキーと椰子の実	78
3.1.3	速さに比例する抵抗が働く場合	80
3.2	単振動の運動	82
3.2.1	位置の時間変化	82
3.2.2	ばねのエネルギー	84
3.3	減衰振動	86
3.4	人工衛星の軌道	88
3.5	制限3体問題	91
3.6	カオスをつくる	97
3.6.1	ロジスティック写像	97

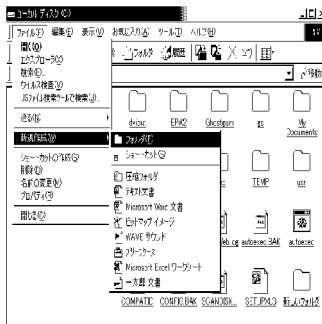
3.6.2	対数写像	100
3.6.3	間歇性カオス	102
3.6.4	不規則運動の中の規則性	103
第 4 章	電気・電子工学編	109
4.1	交流波形	109
4.2	ベクトル軌跡	111
4.3	共振回路	112
4.4	過渡現象 (コンデンサの充電)	115
4.4.1	ルンゲ・クッタ法による過渡現象 (コンデンサの充電) の解法	115
4.5	変調	117
4.5.1	AM 変調	118
4.5.2	FM 変調	119
4.6	キルヒホッフ則	121
4.6.1	Gauss-Jordan 法 (掃出法)	121
4.6.2	Gauss-Jordan 法を用いたキルヒホッフ則の解法	122
4.7	配列	124
4.7.1	1次元配列	125
4.7.2	2次元配列	129
第 5 章	機械工学編	135
5.1	ピストンクランク機構	135
5.1.1	変位・速度・加速度線図	136
5.2	はり	140
5.2.1	断面二次モーメントと断面係数	140
5.2.2	せん断力・曲げモーメント・たわみ線図	144
5.3	ガスサイクル	150
5.3.1	理論熱効率	150
5.3.2	ガスサイクルの p - v 線図と t - s 線図	154
5.4	流れの数値シミュレーション	172
5.4.1	Burgers 方程式	172

5.4.2	差分法	173
5.4.3	時間積分法	174
5.4.4	差分法の種類による比較	176
5.5	おわりに	182

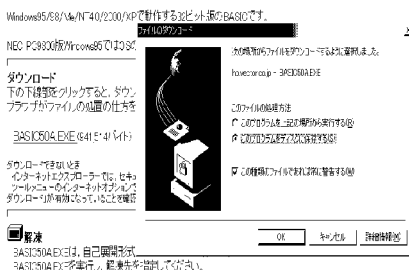
第0章 十進BASICのダウンロード

まず十進 BASIC のホームページから十進 BASIC をダウンロードしましょう。

【準備1】 マイコンピュータをクリックして、ローカルディスクCにフォルダを作ります。新しいフォルダの名前を「10BASIC」とします。

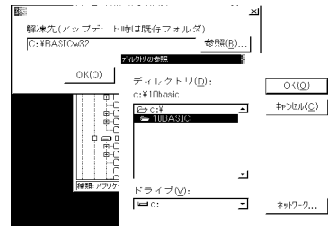


【準備2】十進 BASIC の URL は、<http://hp.vector.co.jp/authors/VA008683/>です。ダウンロードのページに入って、BASIC50A.EXE をクリックします。すると、この「プログラムをディスクに保存する」のチェックボックスが黒くなっていたら、「OK」をクリックします。



ダウンロードが終了したら、マイコンピュータのCの「10BASIC」というフォルダの中に、「BASIC50A」というファイルが入っているので、それをダブルクリックします。

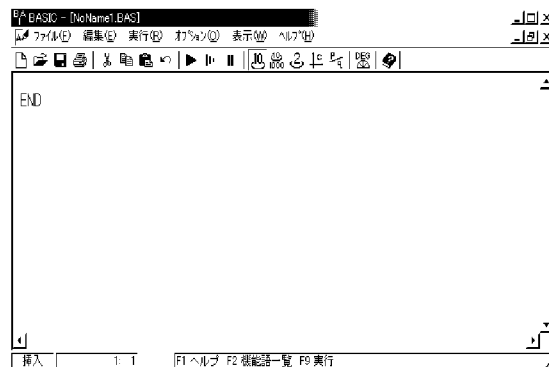
「解凍先」を聞いてきたら、「参照(B)」をクリックして、先ほど作った「10BASIC」というフォルダを選択します。



フォルダ「10BASIC」の中に、下のマークがあります。これが十進 BASIC です。このマークを右クリックして「ショートカットの作成」を行って、デスクトップにドラッグすればインストール完了です。



上のマークをクリックすると、下のような画面が現れます。これで、十進 BASIC を使える状態になりました。



第1章 十進 BASIC の速攻習得

十進 BASIC は、プログラムを組むための言語としてはとても簡単な言語です。ですから十進 BASIC をマスターするためのプログラム学習の時間はほとんどありません。この章（約 10 ページ）を読めば基本はマスターできます。後は必要に応じて勉強すればよいのです。早速使ってみましょう！！

1.1 十進 BASIC のタスクバー

よく使うタスクバーを紹介します。



▶ : プログラムを (RUN) するときに、クリックします。

⏏ : ステップ実行です。プログラムがどんな様子で動いているかがわかります。

10 1000 2 : 左から、十進数、十進 1000 桁、2 進数で計算するバーです。

1i 1q : 左は複素数を計算するときに使います。右は分数で計算したいときに使います。

DEG : 弧度法でない普通の角度で計算させるときに使います。

以上のタスクバーの詳しい使い方は、必要に応じて説明します。

1.2 まずは5つの基本命令文を覚えよう

プログラムで基本的な文章は、最低限5つの命令文で構成されます。
それは、


```
INPUT 文 (キーボードからデータを入力する)
代入文 (代入, 計算)
PRINT 文 (ディスプレイに表示させる)
FOR 文 (繰り返しの計算をさせる)
IF 文 (判断して, 分岐させる)
```

です。以下これらの使い方を説明します。

1.2.1 INPUT 文, 代入文, PRINT 文,

十進 BASIC の Window を開いたら、次の4つの文を入力してください。

```
INPUT PROMPT "A=":A
LET B=A+1
PRINT "B=";B
END
```

入力が終わったら、タスクバーの  をクリックしてください。

すると `INPUT PROMPT` という画面が現れて、A という文字の下でカーソルが点滅します。

次に 3.14 と入力して、Enter キーを押して下さい。

すると `NoName1.TXT` という画面がでて、そこに

```
A=3.14
B=4.14
```

という数字が表れます。

最初に入力した4つの命令文を総称してプログラムといいます。では上

のプログラムを説明しましょう。

1行目の `INPUT PROMPT "A=":A` は、`A=` という文字を表示させ、A に値を代入しなさい、という命令文です。これを **INPUT PROMPT 文** といいます。もし `INPUT A` とだけ書いたなら、A という文字は表示されません。ただ A に値を入力しなさいという命令になります。

2行目の `LET B=A+1` は、今代入した A の値に 1 を足し、それを B としなさい(代入しなさい)という命令文です。これを **代入文** といいます。

3行目の `PRINT "B=";B` は `B=` という文字を表示させて、B の値を表示しなさいという命令文です。これを **PRINT 文** といいます。セミコロン `;` は次に並べて表示したいときに使います。(INPUT PROMPT "A=" の後はコロン `:` です。)

4行目の `END` は **END 文** といって、これでプログラムを終了しますという意味です。

問題

X に 5 を代入して、 $Y=2+X$ として、Y を表示するプログラムを作りなさい。

1.2.2 FOR 文

次のプログラムを入力してください。そして実行結果を想像してみてください。

```
LET S=0
FOR I=1 TO 3 STEP 1
  S=I+S
NEXT I
PRINT "S=";S
END
```

実行してください。実行結果は、 $S=6$ になります。つまり上のプログラムは、1 から 3 まで足した数を S として、それを表示するプログラムだったのです。


プログラムを解説します。2 行目の `FOR I=1 TO 3 STEP 1` は、 I の値を 1 から 3 まで 1 ずつ増やしていきなさいという意味です。これを FOR 文といいます。では実際にどのように I が変化していくかを説明します。

最初、 I は 1 です。つぎにコンピュータは `S=I+S` を計算します。その結果、 S は $1+0$ なので 1 です。つまり、 $S=1$ です。

次の 3 行目の文 `NEXT I` は、次の I の値に変化しなさいという意味です。ですから、この瞬間に、 I は 2 になります。 I が新しい数 2 になったので、また S を計算します。 S は現段階では 1 だったので、新しい S は、 $2+1$ の 3 になります。つまり、 $S=3$ です。そして `NEXT I` で I は 3 になります。

I が新しい数 3 になったので、また S を計算します。 S は現段階では 3 だったので、新しい S は、 $3+3$ の 6 になります。つまり、 $S=6$ です。そして `NEXT I` で I は 4 になります。

しかし、 I は 3 までだったので、これで FOR 文は終了します。よって、 $S=6$ が得られたのです。

このことをステップ実行を使って確かめてみます。ステップ実行のタスクバー  をクリックしてみてください。プログラムがどのように動いているかわかるはずですよ。

問題

100 から 1000 までの偶数をすべて足した数を計算させなさい。

1.2.3 IF 文

次は IF 文です。まず次のプログラムを入力して、その実行結果を予想してみてください。

```
INPUT PROMPT "X=": X
INPUT PROMPT "Y=": Y
IF X>Y THEN
  PRINT "Xのほうが大きいです。"
ELSE
  PRINT "Yのほうが大きいです。"
END IF
END
```

プログラムを実行してください。もし $X=2$ で、 $Y=10$ だったなら、「Yのほうが大きいです。」と表示されるはずですが、もし $X=5$ 、 $Y=3$ だったなら、「Xのほうが大きいです。」と表示されるはずですが、

もし $X=5$ 、 $Y=5$ だったなら、「Yのほうが大きいです。」と表示されるはずですが、

プログラムを解説します。

`IF X>Y THEN` は、もし $X>Y$ だったなら次の行にいきなさいという条件付き命令文です。そうでなかったら、

`ELSE` 以下の命令 `PRINT "Yのほうが大きいです。"` に従いなさいということです。

`END IF` で、この条件文の終了を表します。

問題

X を入力して、X の絶対値を計算させるプログラムをつくりなさい。

* 行番号について .

従来の BASIC では行番号をつけることになっています . しかし十進 BASIC は特に行番号は必要としません . 勿論 , 行番号がついていても構いません . つまり下のように行番号付きのプログラムでもいいのです . 行番号は簡単に付けたり消したりできます . メニューバーの編集 (E) をクリックすると , 行番号削除 (D) , 行番号付加 (S) があります . これをクリックすればよいのです . 次章以降では , 説明のために行番号をつける場合もあります .

```
10 INPUT PROMPT "X=": X
20 INPUT PROMPT "Y=": Y
30 IF X>Y THEN
40 PRINT "Xのほうが大きいです ."
50 ELSE
60 PRINT "Yのほうが大きいです ."
70 END IF
80 END
```

1.2.4 プログラムや結果の保存

タスクバーの **ファイル (F)** の **名前を付けて保存 (A)** で , 今書いたプログラムを保存することができます . 実行結果も同様です . この場合はテキスト (txt) 形式で保存されます . 後でグラフィックのプログラムについて述べますが , グラフィックスの実行結果も , グラフィックス (bmp) 形式で保存できます . この機能は , 他のワープロソフトなどを使って , 結果を整理し報告するのに , 非常に便利です .

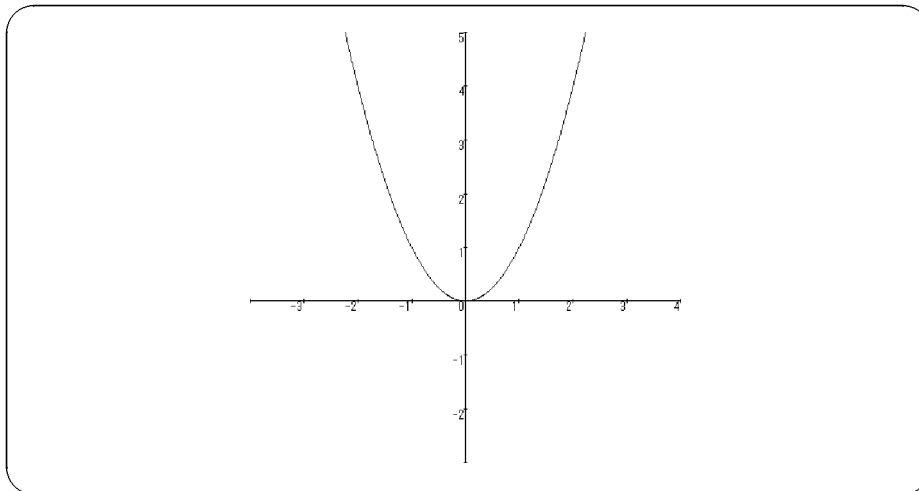
1.3 簡単グラフィックス !!

十進 BASIC の特徴はなんといっても簡単にグラフィックスが描ける点です。グラフィックスが簡単に描けると、いろいろなことを調べたくなります。早速やってみましょう。

まずは、中学生のとき習った $y = x^2$ のグラフを描いてみましょう。プログラムは次です。

```
DEF f(x)=x^2
SET WINDOW -4, 4, -3, 5
DRAW axes
FOR x=-4 TO 4 STEP 0.01
    PLOT LINES: x, f(x);
NEXT x
END
```

上のプログラムを入力したら、早速実行してみましょう。



たった7つの命令文で $y = x^2$ のグラフを描くことができました。それでは、プログラムを解説しましょう。

DEF 文と呼ばれる $\text{DEF } f(x)=x^2$ は、ここで扱う関数 $f(x) = x^2$ を

定義しますという宣言文です。 x^2 は x^2 を意味します（注意！ $f(x) = x^{-2}$ のときは、DEF f(x)=x ^(-2) とカッコをつけます。）

SET WINDOW -4,4,-3,5 は Window の大きさです。ここでは、 x 軸を、-4 から 4 に、 y 軸を -3 から 5 の範囲としています。

DRAW axes は、座標軸を描けという命令文です。

```
FOR x=-4 TO 4 STEP 0.01
```

```
PLOT LINES: x, f(x); } \i ndex{PLOT LINES}
```

```
NEXT x
```

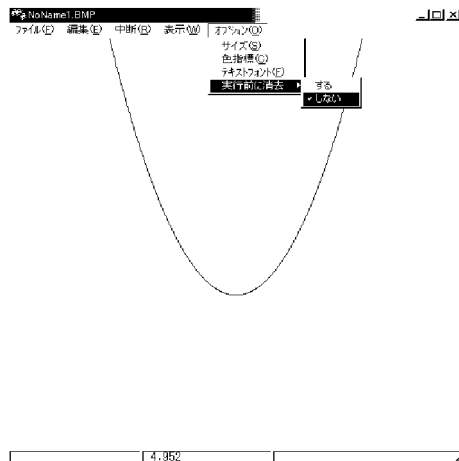
の部分は、まず点 $(-4, 16)$ と点 $(-3.99, (-3.99)^2)$ を直線で結び、次に点 $(-3.99, (-3.99)^2)$ と点 $(-3.98, (-3.98)^2)$ を直線で結び、……、最後に点 $(3.99, (3.99)^2)$ と点 $(4, 16)$ を x の幅を 0.01 刻みの直線で結べという命令です。

例題

$y = x^2$ のグラフと $y = x^2 + 1$ のグラフを同時に描きなさい。

方法は2つあります。

【方法1】オプション機能を使う方法。まず、 $y = x^2$ のグラフを描かせます。



次に、画面の「オプション」の「実行前に消去」を、「しない」にチェックします。その後、プログラムの $f(x)=x^2$ を $f(x)=x^2+1$ として、実行します。この機能は後の機械工学の章で使っています。

【方法2】プログラムによる方法。

```
DEF f(x)=x^2
DEF g(x)=x^2+1
SET WINDOW -4, 4, -3, 5
DRAW axes
FOR x=-4 TO 4 STEP 0.01
    PLOT LINES: x, f(x);
NEXT x
PLOT LINES
FOR x=-4 TO 4 STEP 0.01
    PLOT LINES: x, g(x);
NEXT x
END
```

上のプログラムのポイントは、2つのFOR文の間にある、PLOT LINESという命令文です。これは、2つのグラフが繋がってしまわないようにするためのものです。

1.4 利用価値の高い組み込み関数

演算に関するキーは、

+ : 足し算, - : 引き算, * : 掛け算, / : 割り算です。

a^b は a^b を表します。

十進 BASIC には最初から組み込まれている関数(組み込み関数)があります。大まかなものを以下にまとめます。その他のものは「ヘルプ」を参照してください。

種類	数学記号	十進 BASIC の書き方
x の絶対値	$ x $	ABS(x)
平方根	\sqrt{x}	SQR(x)
指数関数	e^x	EXP(x)
自然対数	$\log_e x$	LOG(x)
2 を底とする対数	$\log_2 x$	LOG2(x)
常用対数	$\log_{10} x$	LOG10(x)
正弦関数	$\sin x$	SIN(x)
余弦関数	$\cos x$	COS(x)
正接関数	$\tan x$	TAN(x)
逆正弦関数	$\sin^{-1} x$	ASIN(x)
逆余弦関数	$\cos^{-1} x$	ACOS(x)
逆正接関数	$\tan^{-1} x$	ATAN(x)
双曲線正弦関数	$\sinh x$	SINH(x)
双曲線余弦関数	$\cosh x$	COSH(x)
双曲線正接関数	$\tanh x$	TANH(x)
疑似乱数		RND ($0 \leq \text{RND} < 1$)
円周率	π	PI

その他にも、次のようなものがよく使われます。

組み込み関数	意味
MAX(a, b)	a, b のうち大きい方,
MIN(a, b)	a, b のうち小さい方,
INT(x)	x を超えない最大の整数, 例 INT(5.4)=5, INT(5)=5, INT(-4.4)=-5
MOD(x, y)	x を y で割ったときの余り, 例 MOD(5,3)=2, MOD(-2,3)=1, MOD(3.14,1)=0.14
ANGLE(x, y)	方向角, 原点と点 (x, y) を結ぶ半直線が x 軸の正の向きとなす角.
FACT(x)	x の階乗
PERM(n, r)	順列の数
COMB(n, r)	二項係数 (組合せの数)

例題

$x = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$ として、そのときの $\sin x$ の値を表示するプログラムをつくります（三角関数 $\sin x$ は次章で詳しく説明します。）


[解答] SIN(X) は、弧度法での値を表示するので注意します。

```
PRINT "X"; "SIN(X)"
FOR X=0 TO 360 STEP 10
PRINT X; SIN(X*PI/180)
NEXT I
END
```

* 弧度法について.

弧度法について簡単に触れます。弧度は、半径 r の円周において、弧の長さを r としたときの円周角を、 1_{rad} (1 ラジアン) と決めました。ですから、 180° は π_{rad} になるのです。したがって、 x° は $\pi x / 180_{\text{rad}}$ となるのです。

十進 BASIC は角度の扱いを宣言文によって、弧度法で計算したり、普通の 60 分法で計算したりできます。それが、**OPTION ANGLE** です。

もし、角の大きさを 60 分法で計算させたかったら、プログラムの先頭に、**OPTION ANGLE DEGREES** と書くか、タスクバー  をクリックして実行すればよいのです。

```
OPTION ANGLE DEGREES   (これを書くか、タスクバーをクリック)
PRINT "X"; "SIN(X)"
FOR X=0 TO 360 STEP 10
PRINT X; SIN(X)
NEXT I
END
```

ラジアンを宣言するときの文は、**OPTION ANGLE RADIANS** です。なにも宣言しなければ、ラジアンで計算します。

1.5 第1章のまとめ

以上でプログラムを組むための基本的な事項についての説明は終わりです。「なんだ随分少ないのではないか」と不満を持たれる方もおられると思いますが大丈夫です。勿論、まだまだ重要な命令文(DO WHILE 文, READ DATA 文など)や、配列に関する事などがありますが、必要なら、**ヘルプ(H)**を見てください。以下の章でも必要に応じて取り上げていきたいと思えます。

早速、第2章では高校生程度の数学の内容から扱っていきます。十進 BASIC を使えば、数学の内容がとてもわかりやすく、また面白く感じられるようになるはずですよ。