

集合

問 1. 以下の設問に答えなさい。 $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ とする。

設問 1 $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 6\}$ を外延的記述で書きなさい。

設問 2 $B = \{x : x \in \mathbb{N}, -3 \leq x < 6\}$ を外延的記述で書きなさい。

設問 3 整数 $\mathbb{Z}$ を外延的記法で書きなさい。

設問 4 有理数の集合を $\mathbb{N}$ と $\mathbb{Z}$ を使った内包的記述で書きなさい。

問 2. 以下の設問に答えなさい。

設問 1 集合 $A = \{a, b, c\}$ と集合 $B = \{a, b, c, d\}$ に対して $A \subseteq B$ であることを示しなさい。

設問 2 集合 $A = \{a, b, c\}$ と集合 $B = \{a, b, c, d\}$ に対して $A \subsetneq B$ であることを示しなさい。

設問 3 集合 $A = \{a, c, e\}$ と集合 $B = \{a, b, c, d\}$ に対して $A \not\subseteq B$ であることを示しなさい。

設問 4 集合 $A = \{a, b, c\}$ と集合 $B = \{a, a, b, c\}$ に対して $A = B$ であることを示しなさい。

問 3. 普遍集合 $\mathbb{U} = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, b, c, f, h\}$, $C = \{b, c, d, e\}$, $D = \{b, c, f, g\}$, $E = \{c, d, e, f, g\}$, $F = \{d, e, g, h\}$, $G = \{e, f, g, h\}$ とする。このとき、例にならって設問に答えなさい。

例 $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, h\}$ 設問 1. $A \cap B$

設問 2. $A^c \cup B$

設問 3. $A \setminus B$

設問 4. $A \cup B \cup C$

設問 5. $A \cup (B \cap C)$

設問 6. $A \cap (B \cup C)$

設問 7. $A \cap B \cap C \cap D$

設問 8. $(B \cap C) \cup D$

設問 9. $B \cap (C \cup D)$

設問 10. $(B \cap C)^c \cup D$

設問 11. $B \setminus (C \cup D^c) \cup E$

設問 12. $(B \cup (C \cap D)) \cup F$

設問 13. $C \cap D \cap F$

設問 14. $(C \cap D \cap F) \cup G$

設問 15. $(C \setminus D) \cup (C \setminus G)$

設問 16. $(C \setminus (D \cup G))$

設問 17. $(D \cup E) \cap (D \cup F)$

設問 18. $D \cup (E \cap F)$

設問 19. $(D \cap E) \cup (D \cap F)$

設問 20. $D \cap (E \cup F)$

問 4. 集合 A について $(A^c)^c = A$ であることを示しなさい。

問 5. 集合 A, B について設問に答えなさい。

設問 1. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ であることを示しなさい。

設問 2. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ であることを示しなさい。

問 6. 集合 A の部分集合族 $A_1, A_2, \dots$ が $\bigcup A_i = A$ かつ任意の i, j について $A_i \cap A_j = \emptyset$ となるとき $A_1, A_2, \dots$ を集合 A の分割という。このとき、以下の命題が正しいかを判定しなさい。

1. 集合 A は集合 A の分割である。

2. 集合族 $\emptyset, A$ は A の分割である。

3. 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ に対して集合族 $B_1 = \{0, 1, 2, 3\}, B_2 = \{2, 3, 4, 5, 6\}, B_3 = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ は A の分割である。

4. 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ に対して集合族 $B_1 = \{0, 1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5, 6\}, B_3 = \{7, 8, 9\}$ は A の分割である。

5. 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ に対して集合族 $B_1 = \{0, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5, 6, 9\}, B_3 = \{1, 7, 8\}$ は A の分割である。

6. 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ に対して集合族 $B_1 = \{0, 1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5, 6\}, B_3 = \{7, 8\}$ は A の分割である。

7. 集合 $\mathbb{N}_2$ を 2 の倍数の集合、集合 $\mathbb{N}_3$ を 3 の倍数の集合とする。このとき集合族 $\{\mathbb{N}_2, \mathbb{N}_3\}$ は自然数の集合 $\mathbb{N}$ の分割である。

以下では集合 $\mathbb{N}_r \pmod{q}$ を $qx + r$ と書ける自然数の集合とする。

8. 集合族 $\{\mathbb{N}_1 \pmod{4}, \mathbb{N}_2 \pmod{4}, \mathbb{N}_3 \pmod{4}\}$ は自然数の集合 $\mathbb{N}$ の分割である。

9. 集合族 $\{\mathbb{N}_1 \pmod{3}, \mathbb{N}_2 \pmod{3}, \mathbb{N}_3 \pmod{3}\}$ は自然数の集合 $\mathbb{N}$ の分割である。

10. 集合族 $\{\mathbb{N}_0 \pmod{5}, \mathbb{N}_1 \pmod{5}, \mathbb{N}_2 \pmod{5}, \mathbb{N}_3 \pmod{5}, \mathbb{N}_4 \pmod{5}\}$ は自然数の集合 $\mathbb{N}$ の分割である。

11. 集合族 $\{\mathbb{N}_0 \pmod{5}, \mathbb{N}_1 \pmod{5}, \mathbb{N}_2 \pmod{5}, \mathbb{N}_3 \pmod{5}, \mathbb{N}_9 \pmod{5}\}$ は自然数の集合 $\mathbb{N}$ の分割である。

12. 集合族 $\{\mathbb{N}_0 \pmod{5}, \mathbb{N}_1 \pmod{5}, \mathbb{N}_2 \pmod{5}, \mathbb{N}_3 \pmod{5}, \mathbb{N}_4 \pmod{5}, \mathbb{N}_9 \pmod{5}\}$ は自然数の集合 $\mathbb{N}$ の分割である。

問 7. 集合 $A = \{a, b, c\}$ について A のべき集合 2^A を外延的記述で書きなさい。

問 8. 集合 A, B について集合 A と B の対称差 $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ で定義される。このとき集合 A, B, C について $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$ であることを示しなさい。