

離散数学 補助プリント

問 1. 集合 $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ に対して関係 $R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle e, e \rangle, \langle f, f \rangle, \langle g, g \rangle, \langle h, h \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle a, f \rangle, \langle a, h \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, h \rangle, \langle d, h \rangle, \langle e, d \rangle, \langle e, f \rangle, \langle e, h \rangle, \langle f, h \rangle, \langle g, f \rangle, \langle g, h \rangle\}$ が定められている。このとき以下の設問に答えなさい。

設問 1 $\langle A, R \rangle$ が順序であることをハッセ図を描いて確かめなさい。

設問 2 $\langle A, R \rangle$ の極小元をすべて答えなさい。

設問 3 $\langle A, R \rangle$ の極大元をすべて答えなさい。

設問 4 $\langle A, R \rangle$ の最大元は存在するか、存在するならばその元を答えなさい。

設問 5 $\langle A, R \rangle$ の最小元は存在するか、存在するならばその元を答えなさい。

設問 6 集合 $\{d, e, f\}$ の最大元は存在するか、存在するならばその元を答えなさい。

設問 7 集合 $\{d, e, f\}$ の最小元は存在するか、存在するならばその元を答えなさい。

設問 8 集合 $\{a, e, d\}$ の最大元は存在するか、存在するならばその元を答えなさい。

設問 9 集合 $\{a, e, d\}$ の最小元は存在するか、存在するならばその元を答えなさい。

問 2. $n \geq 3$ に対して $n^2 \geq 2n + 1$ であることを示しなさい。

問 3. $n \geq 4$ に対して $2^n \geq n^2$ であることを示しなさい。

問 4. 集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$ に対して関係 $R = \{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, c \rangle\}$ が定められている。このとき以下の設問に答えなさい。

設問 1 $\langle A, R \rangle$ の反射閉包を求めたい。 R に追加する要素を答えなさい。

設問 2 $\langle A, R \rangle$ の対称閉包を求めたい。 R に追加する要素を答えなさい。

設問 3 $\langle A, R \rangle$ の推移閉包を求めたい。 R に追加する要素を答えなさい。

問 5. 集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$ に対して関係 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, a \rangle, \langle e, b \rangle, \langle e, e \rangle\}$ が定められている。このとき以下の設問に答えなさい。

設問 1 $\langle A, R \rangle$ の反射閉包を求めたい。 R に追加する要素を答えなさい。

設問 2 $\langle A, R \rangle$ の対称閉包を求めたい。 R に追加する要素を答えなさい。

設問 3 $\langle A, R \rangle$ の推移閉包を求めたい。 R に追加する要素を答えなさい。