

平成 28 年度 離散数学 後期末テスト

平成 29 年 2 月 14 日 (火) 第 7 時限実施

担当 菊地洋右

問 1. 普遍集合 $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ とする. $A = \{a, c, d, f\}$, $B = \{a, b, h, i, j\}$, $C = \{c, d, f, i\}$, $D = \{d, e, f, h, j\}$, $E = \{a, b, c\}$ とする.

設問 1. 以下の集合の要素をすべて書きなさい (5×2 点).

- (a) $A \cup B$
- (b) $A \cup B \cup C$
- (c) $(A \cup B) \cap (C \cup D)$
- (d) A^c
- (e) $B - D$

設問 2. 以下の値を求めなさい (5×2 点).

- (a) $|A \cup B|$
- (b) $|A^c|$
- (c) $|A \times B|$
- (d) $|A \times B \times C|$
- (e) $|A| \times |B \times D|$

設問 3. 集合 A から E への関数の数を求めなさい (3 点).

設問 4. 集合 E から A への関数の数を求めなさい (3 点).

設問 5. 集合 E の部分集合をすべて書きなさい (3 点).

問 2. 命題 $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\alpha \vee \beta)$ の真理値を真理値表を用いて示しなさい (5 点).

問 3. 普遍集合を整数 $\mathbf{Z}$ とするとき, 次の命題の真偽を求めなさい (4×2 点).

- (a) $(\forall x)(\exists y)(2x + y = 0)$
- (b) $(\forall x)(\exists y)(x + 2y = 0)$
- (c) $(\exists x)(\forall y)(2x + y = 0)$
- (d) $(\exists x)(\forall y)(2xy = 0)$

問 4. $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ とする. (a) から (f) は A から B への対応である. このとき以下の設問に答えなさい.

- (a) $f_1 = \{\langle a, 7 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 6 \rangle, \langle e, 5 \rangle\}$
- (b) $f_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 4 \rangle, \langle e, 5 \rangle, \langle a, 6 \rangle, \langle b, 7 \rangle\}$
- (c) $f_3 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 4 \rangle\}$
- (d) $f_4 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 3 \rangle, \langle e, 5 \rangle\}$
- (e) $f_5 = \{\langle a, 7 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 6 \rangle, \langle d, 5 \rangle\}$
- (f) $f_6 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 4 \rangle, \langle e, 5 \rangle\}$

設問 1. (a)~(f)の中から A から B への関数を選びなさい. 関数がない場合は「なし」と答えなさい (3 点).

設問 2. (a)~(f)の中から A から B への単射を選びなさい. 単射がない場合は「なし」と答えなさい (3 点).

設問 3. (a)~(f)の中から A から B への全射を選びなさい. 全射がない場合は「なし」と答えなさい (3 点).

問 5. $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ とする. (a) から (e) は A から B への対応である. このとき以下の設問に答えなさい.

(a) $f_1 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 4 \rangle, \langle e, 4 \rangle\}$

(b) $f_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 4 \rangle, \langle d, 4 \rangle, \langle e, 1 \rangle\}$

(c) $f_3 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 4 \rangle\}$

(d) $f_4 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 3 \rangle, \langle e, 4 \rangle\}$

(e) $f_5 = \{\langle a, 3 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle d, 1 \rangle, \langle d, 4 \rangle\}$

設問 1. (a)~(e) の中から A から B への関数を選びなさい. 関数がない場合は「なし」と答えなさい (3 点).

設問 2. (a)~(e) の中から A から B への単射を選びなさい. 単射がない場合は「なし」と答えなさい (3 点).

設問 3. (a)~(e) の中から A から B への全射を選びなさい. 全射がない場合は「なし」と答えなさい (3 点).

問 6. $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $C = \{v, w, x, y, z\}$ とする.

A から B への対応 $f = \{\langle a, 5 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 7 \rangle, \langle d, 4 \rangle, \langle e, 6 \rangle\}$,

B から C への対応 $g = \{\langle 1, v \rangle, \langle 2, x \rangle, \langle 3, z \rangle, \langle 4, x \rangle, \langle 5, w \rangle, \langle 6, y \rangle, \langle 7, v \rangle\}$ とする. このとき以下の設問に答えなさい.

設問 1. A から C への関数 $g \circ f$ を書きなさい (4 点).

設問 2. 逆対応 f^{-1} を書きなさい (4 点).

問 7. 集合 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\}$ において, 順序 $a|b$ を a は b の約数として定める. このとき順序集合 $\langle \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\}, | \rangle$ のハッセ図を書きなさい (5 点).

問 8. 集合 $\{a, b, c, d, e, f\}$ 上の関係 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, f \rangle, \langle c, a \rangle, \langle e, f \rangle\}$ に対し, 以下の設問に答えなさい.

設問 1. R の反射閉包を書きなさい (4 点).

設問 2. R の対称閉包を書きなさい (4 点).

設問 3. R の推移閉包を書きなさい (4 点).

問 9. 整数全体の集合上の関係について, 以下の設問に答えなさい.

設問 1. 「 $a + b$ は奇数」であるという関係を R とすると, R は同値関係でないことを示しなさい (5 点).

設問 2. 「 $a + b$ は偶数」であるという関係を R とすると, R は同値関係であることを示しなさい (5 点).

問 10. $V = \{a, b, c, d, e\}$, $E = \{\langle a, b \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle c, a \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, c \rangle, \langle e, d \rangle, \langle e, a \rangle\}$ とする. グラフ $G = \langle V, E \rangle$ を図示しなさい (5 点).