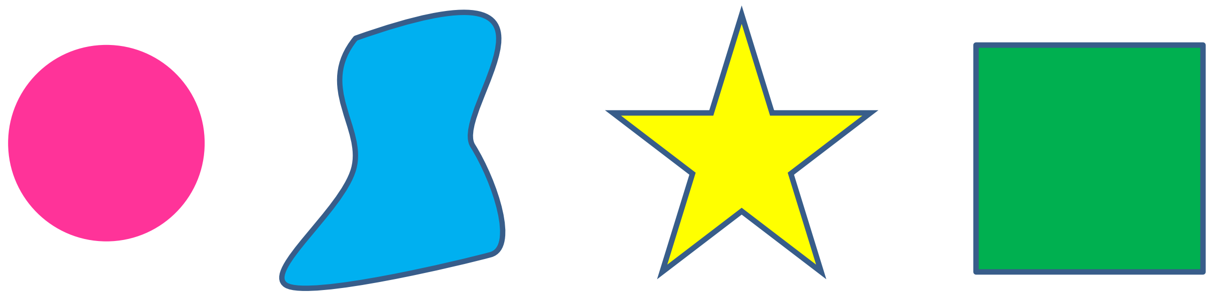
柔らかい幾何学
～アタマもひねる カタチもひねる～

横谷ゼミ

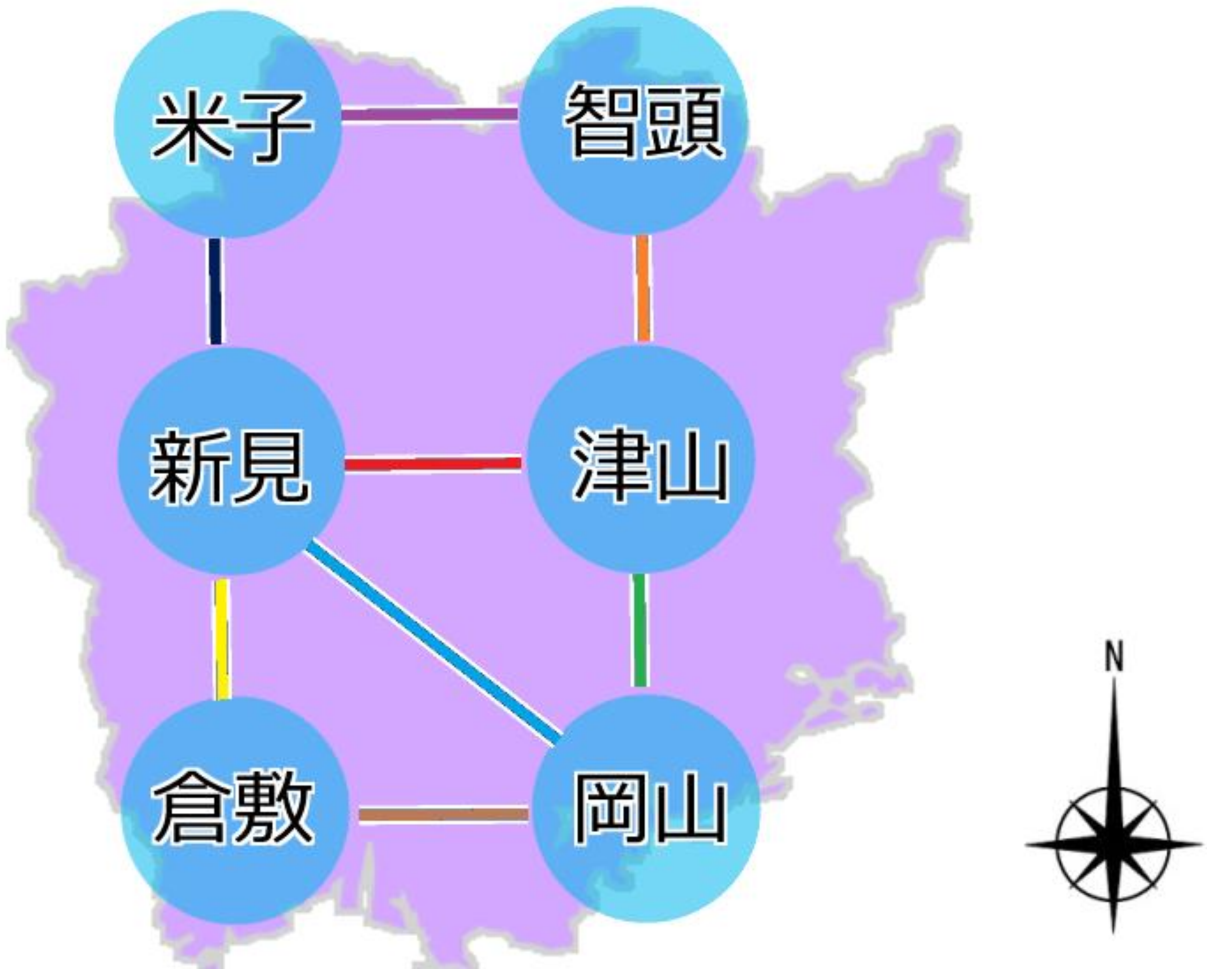
C-3　益江、内藤、清水

トポロジー(位相幾何学)とは？

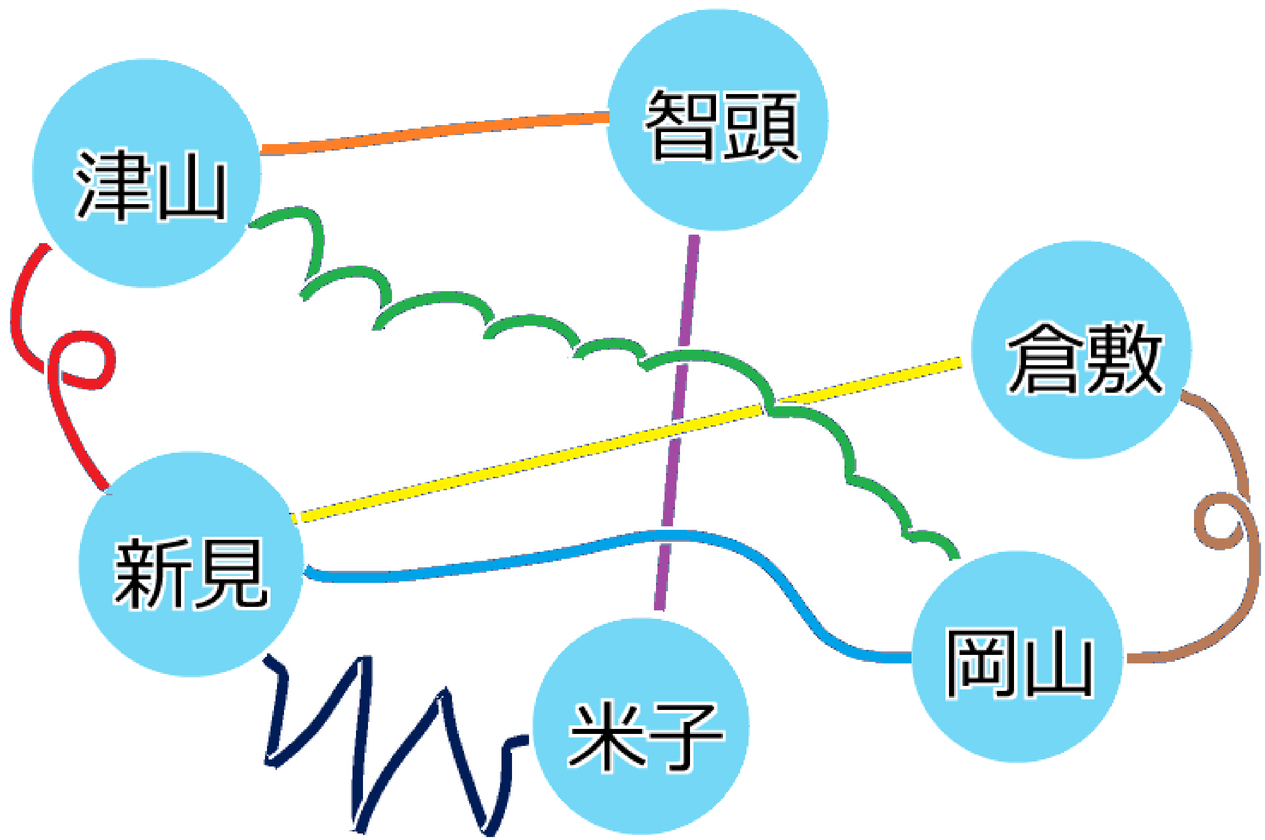
- 幾何学の一分野
- 比較的新しい分野の数学
- 点と点のつながり具合を表す概念
- 曲線なのか直線なのかはどうでもいい



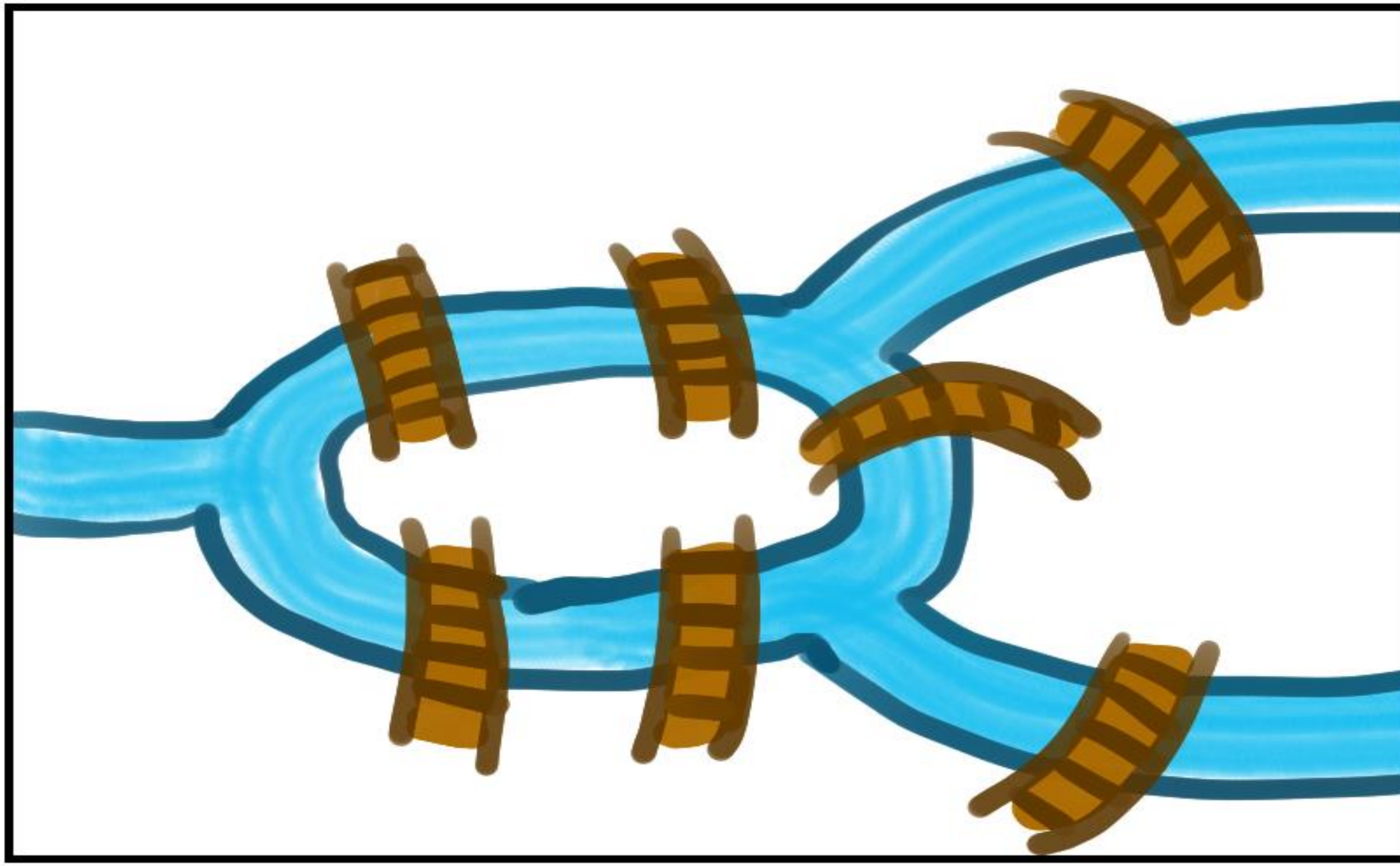
岡山周辺の路線図



駅と駅のつながりが正確ならば
方角や路線の形は関係ない

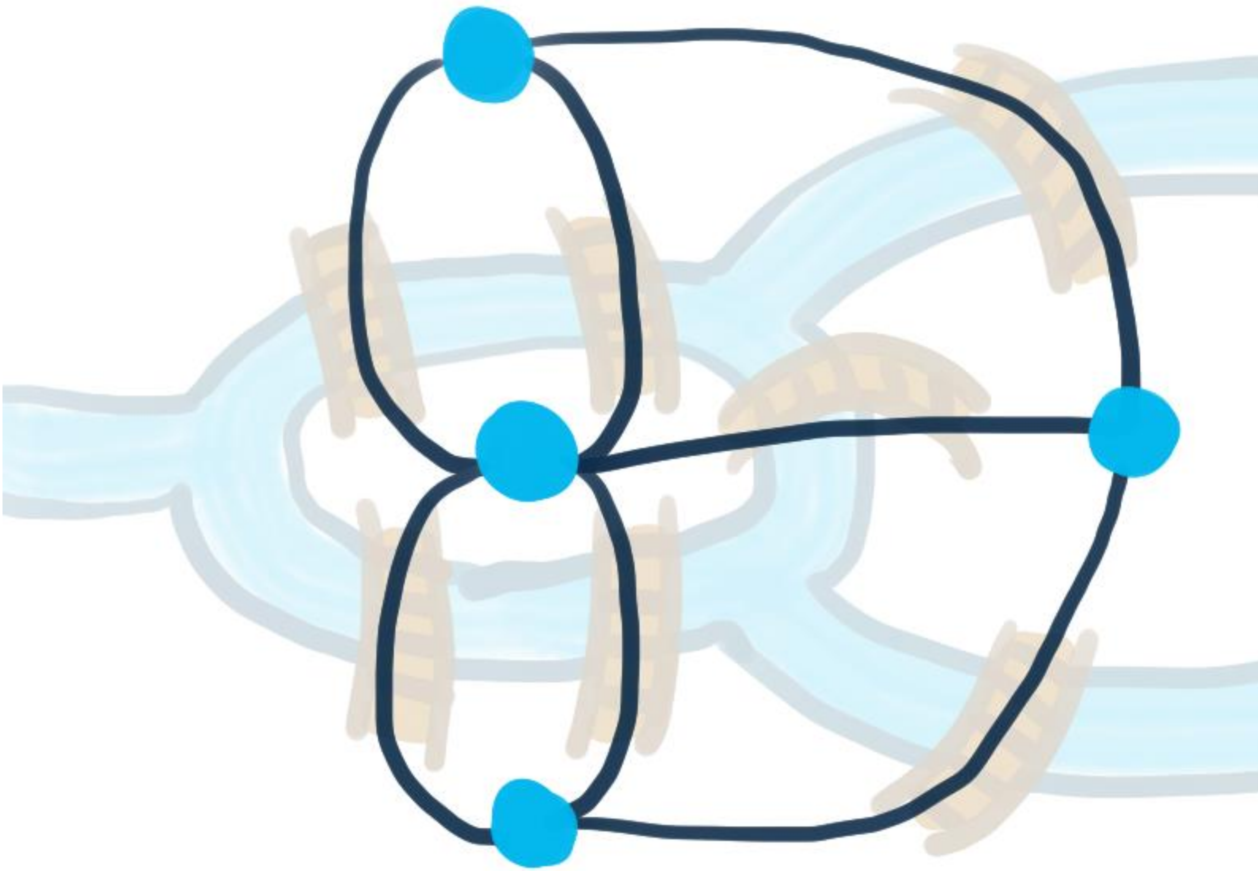


ケーニヒスベルクの橋



同じ橋を2度渡ることなく、すべての橋を
渡ることができるか？

ケーニヒスベルクの橋

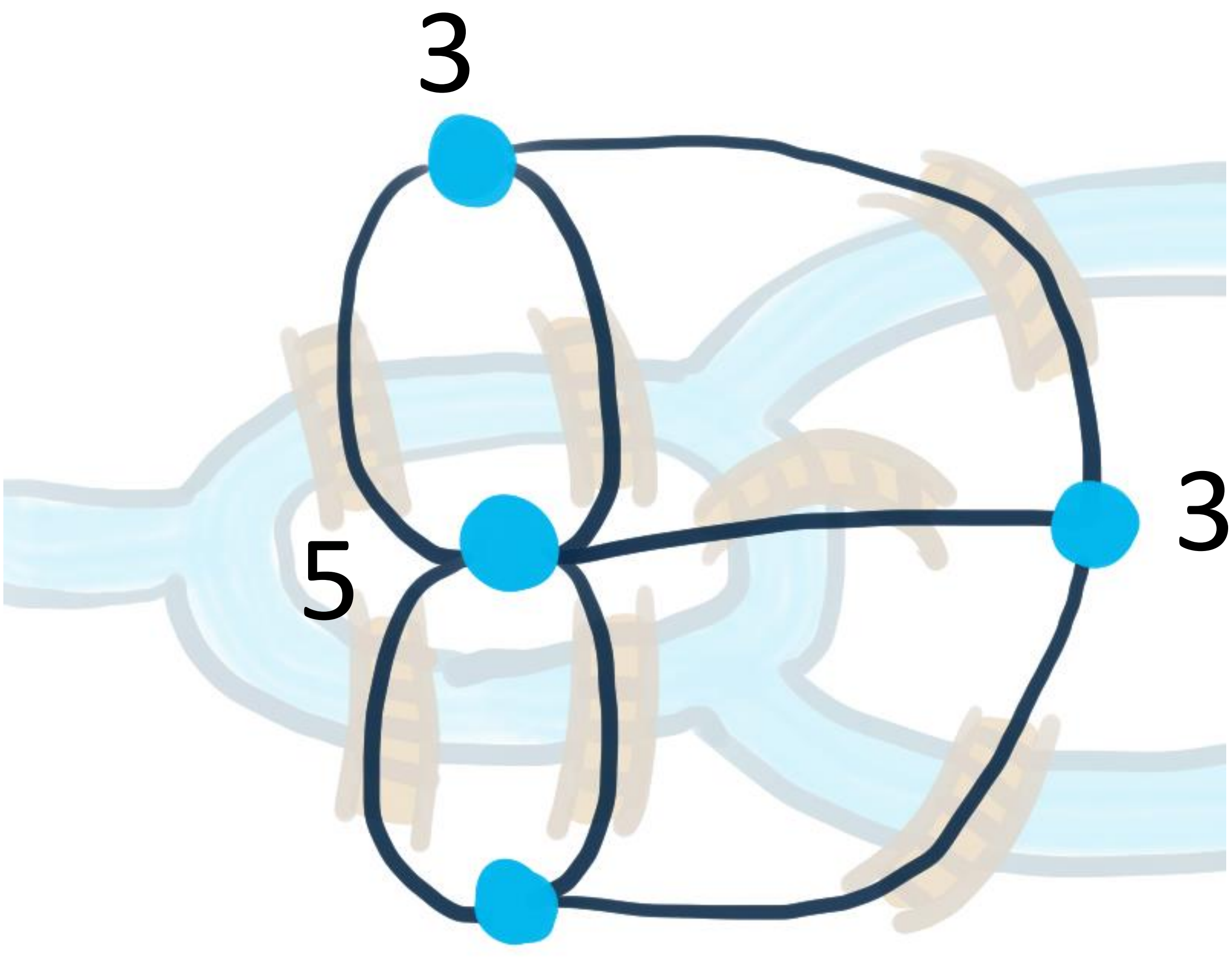


橋を辺、岸と中州を点にしてグラフ化

オイラーの一筆書きの定理

- 1.全ての頂点の次数は偶数である
- 2.次数が奇数の頂点の数が2つのみ

頂点・・・点
次数・・・頂点に繋がっている辺の数

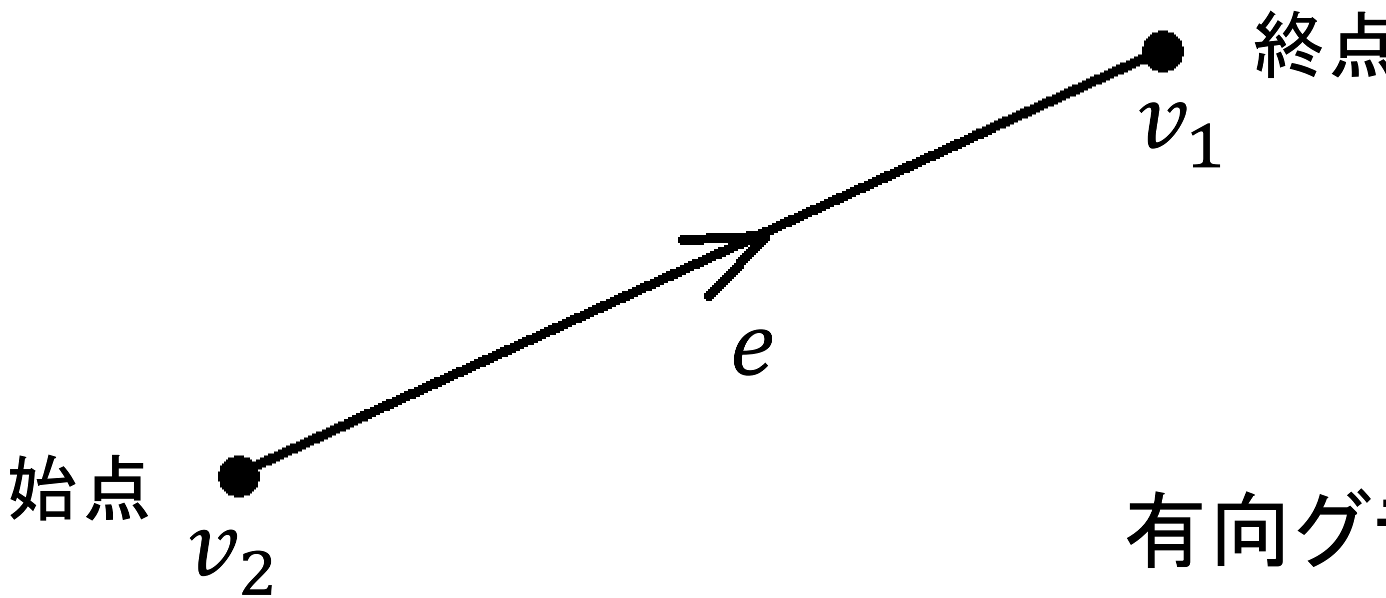

3
3
5
3

グラフ

いくつかの点を線で結んでできる図形
頂点や辺には、写像などといった計算が定義できる

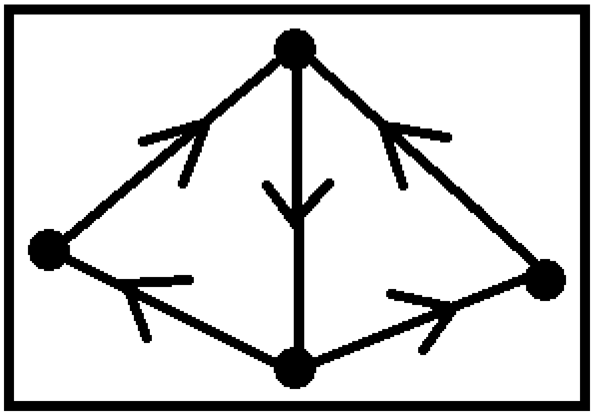
$$v_1, v_2, \dots, v_n \in V \qquad e_1, e_2, \dots, e_n \in E$$

境界準同型写像：$\partial(e) = v_1 - v_2$



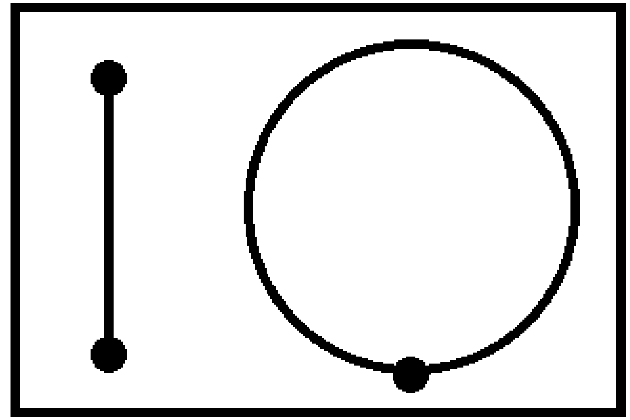
有向グラフ

グラフ



グラフG_1

$H_0(G_1) \cong \mathbb{Z}$



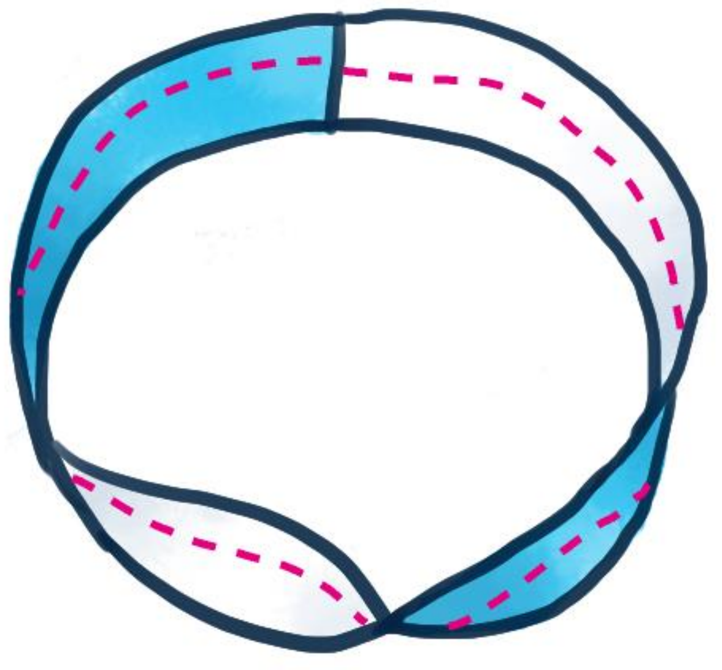
グラフG_2

$H_0(G_2) \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$

$H_0(G)$・・・グラフGによって与えられる集合

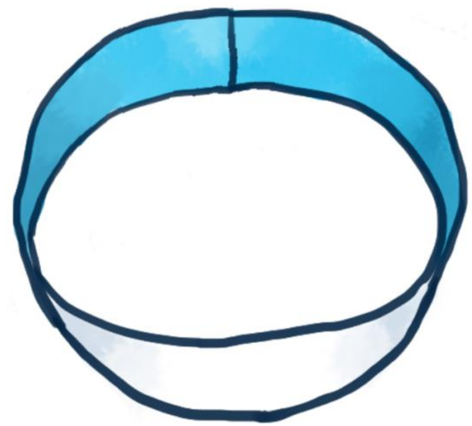
小難しい話はこの辺にしておいて・・・

メビウスの輪

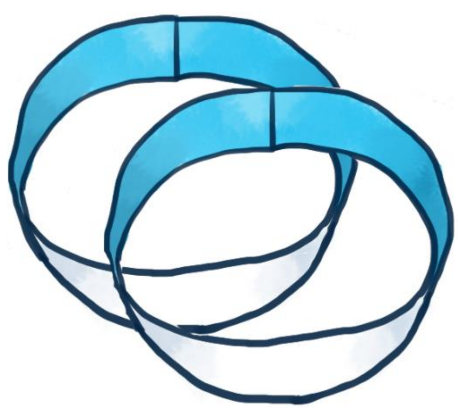


１回(180度)ひねった輪っか

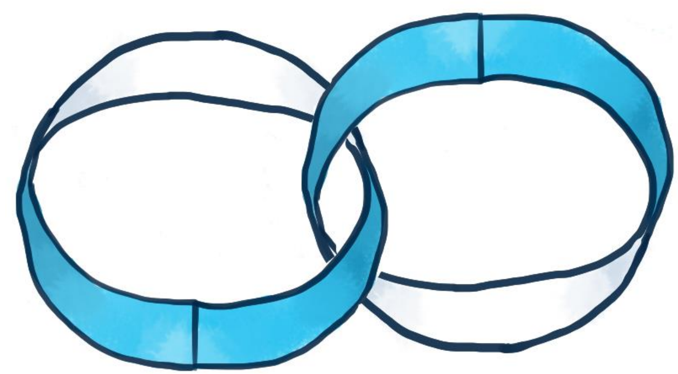
切ったらどうなる？



1

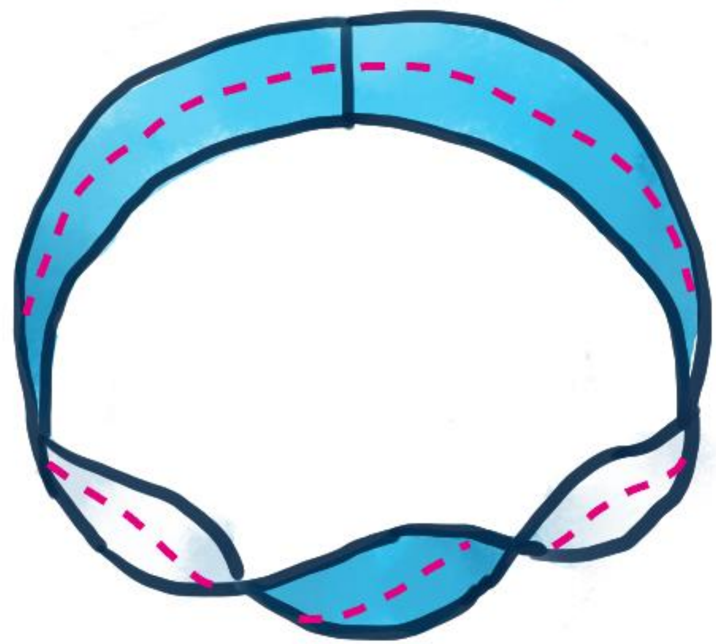


2



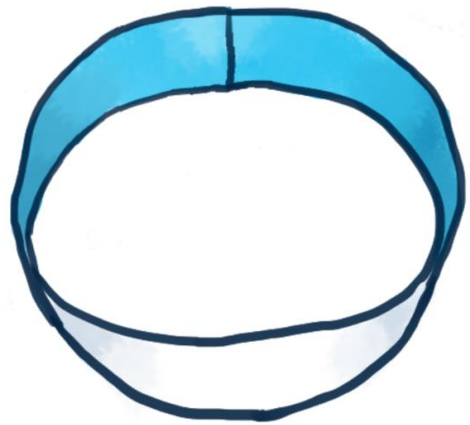
3

正解は1
2回(360度)ひねった輪っかができた

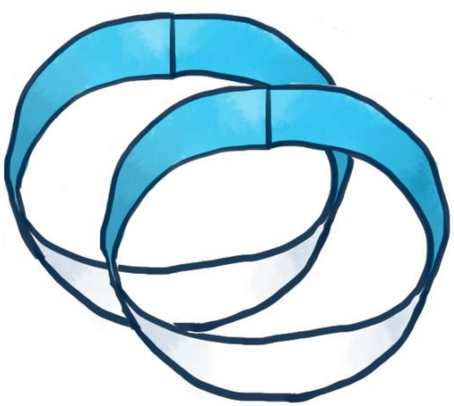


では、もう一度2等分(半分)に切ったらどうなるか？

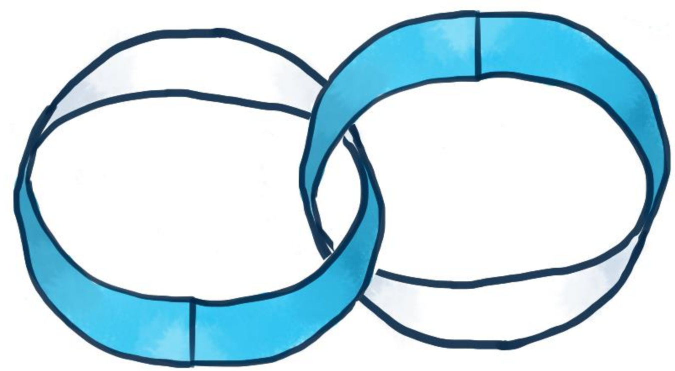
切ったらどうなる？



1

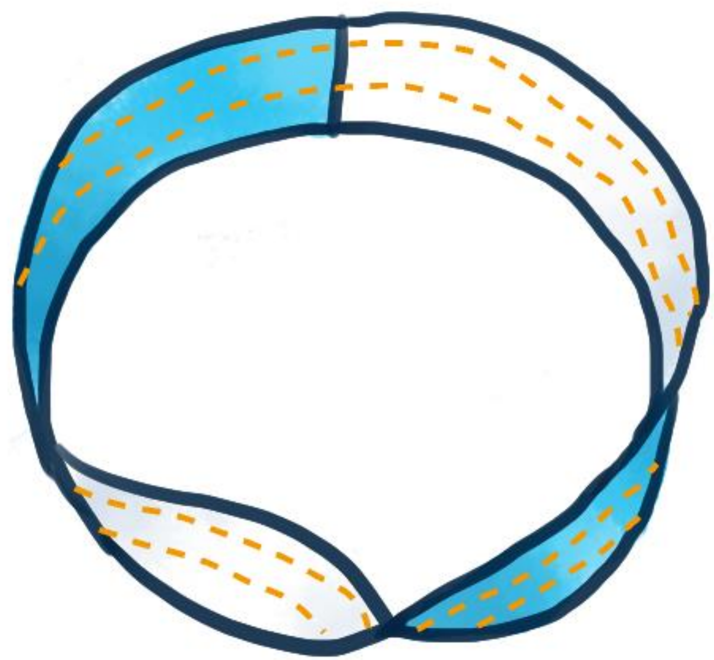


2



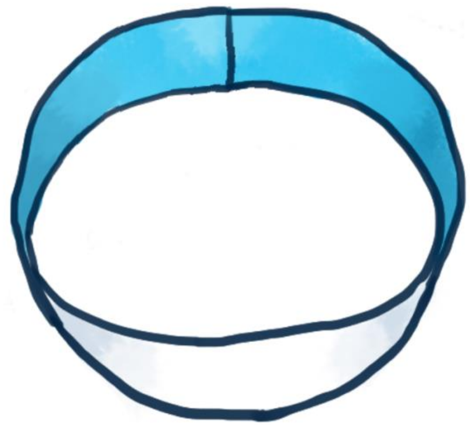
3

メビウスの輪(1回ひねった輪っか)

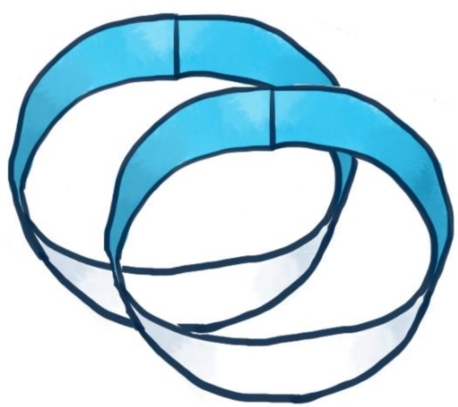


これを3等分にして切るとどうなるか？

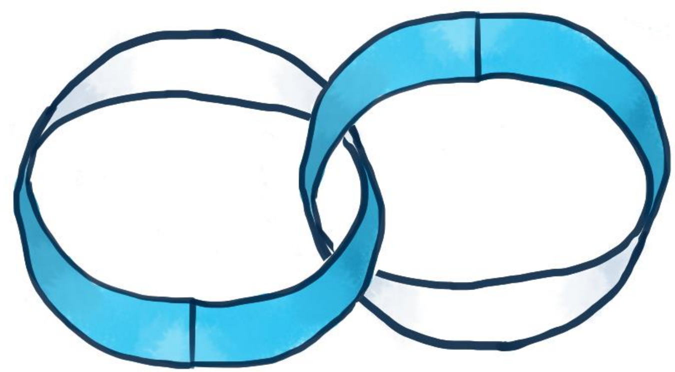
切ったらどうなる？



1

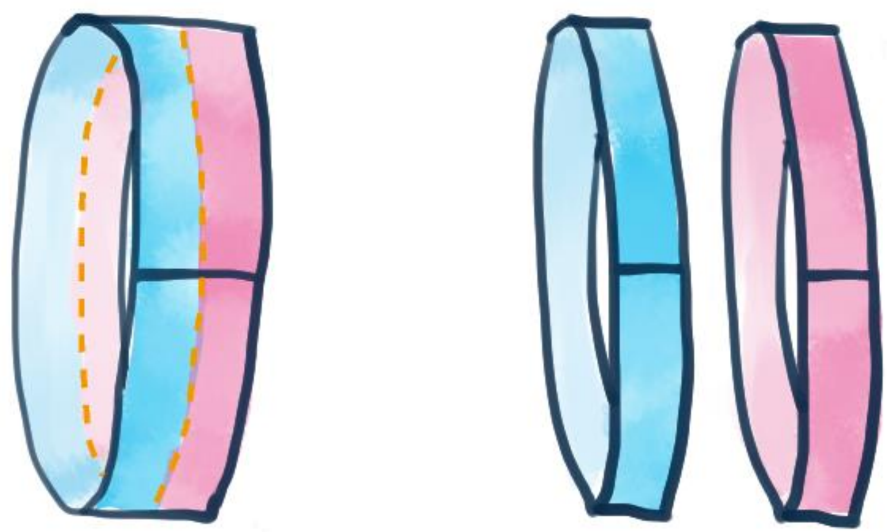


2

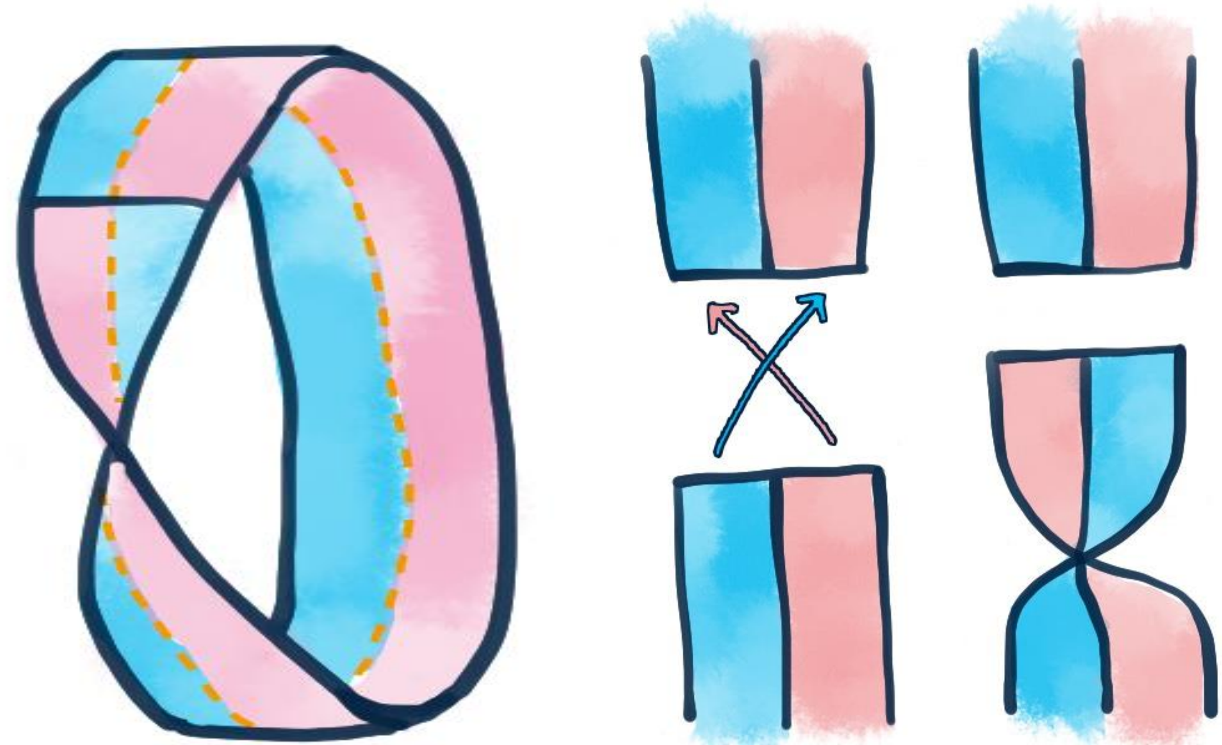


3

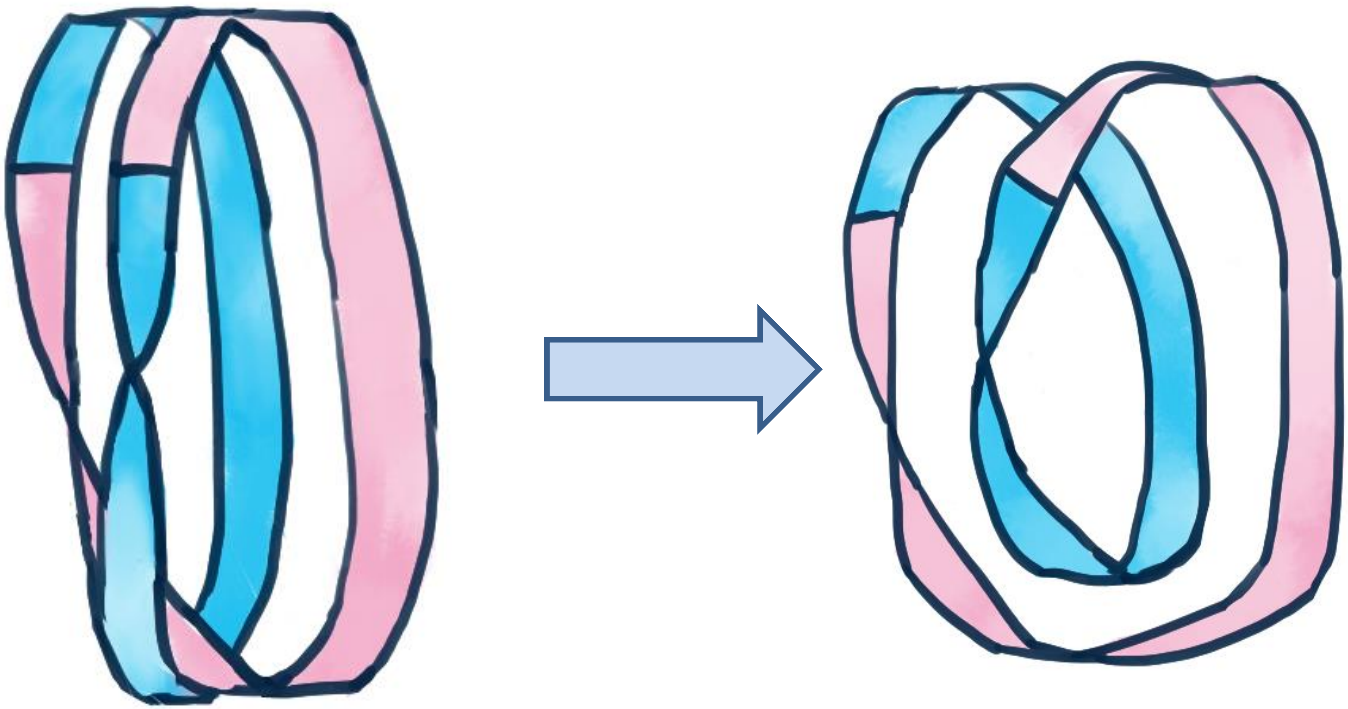
なぜこうなるのか



普通の輪を真ん中で切ると赤と青
2つの輪に分断される

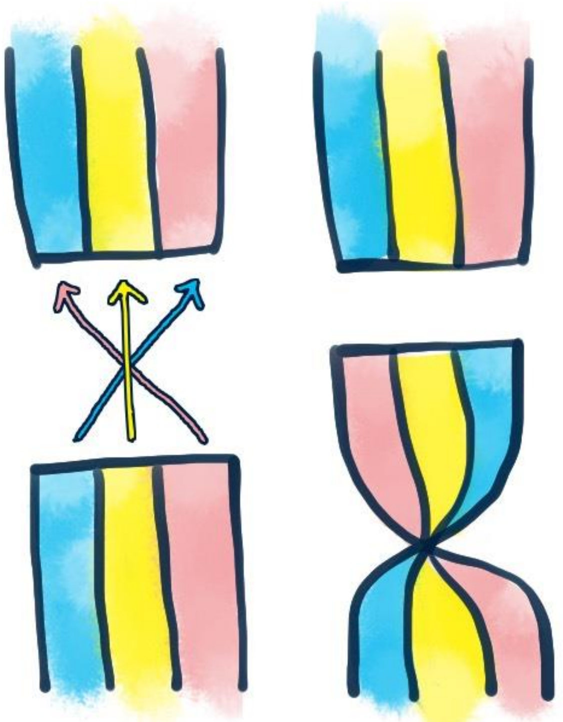


しかし、メビウスの輪だと分断されるはずの
赤と青が繋がるので

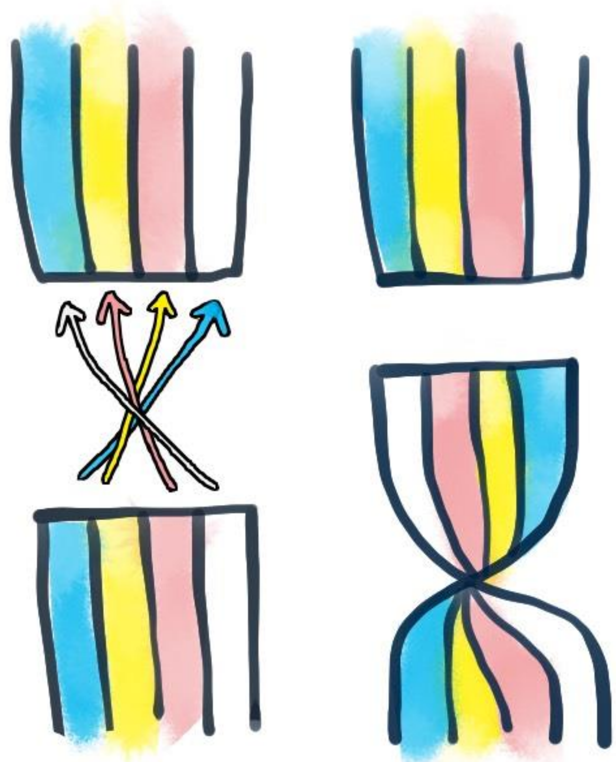


2つに分断されずに1つの輪っかになる

3等分、4等分に切る場合



3等分に切る場合



4等分に切る場合

メビウスd等分の規則

d等分	2	3	4	5	6	7
輪の数(n)	1	2	2	3	3	4

$$n \begin{cases} d＝\text{偶数}\cdots n = \dfrac{1}{2}d \\ d＝\text{奇数}\cdots n = ceil(\dfrac{1}{2}d) \end{cases}$$

※ceil(天井関数)とはある実数xより大きい最小の整数aを返す関数

(例)ceil(4.68)＝5

ceil(e)=ceil(2.71828・・・)=3

ceil(-π)=ceil(-3.14159・・・)=-3

身近なメビウスの輪


AUTO-SENSOR
LOW-NOISE
SONY
C60
AUTO-SENSOR
LOW-NOISE
SONY
C120

まとめ

- メビウスの輪について実験していくなかで規則性を発見することができた
- トポロジーを勉強するうえで必要となる群の構造について理解することができた
- トポロジーが身近ないろいろな場面で応用されていることを知った

ご清聴ありがとうございました