ロッシュモデルによる
食連星の分類

C-3 山崎雄太
M-3三宅祐史

目的

この一年間佐々井ゼミで星のことを勉強してきた。

４回の天体観測会を開いたり、美星天文台で天体の観測を行ったりした。

そこで連星のことについて興味を持ち、その連星の分類の仕方について勉強した。

するとロッシュモデルによって食連星が分類できる事がわかったのでそのことについて発表する。

目次

- 連星と食連星
- GCVSにおいて使用されている食連星の分類
- コパールの分類
- ラグランジュ点

連星について

- 連星とは2つの恒星が両者の重心の周りを軌道運動している天体である。
- 連星のうち明るい方を主星暗い方を伴星という。
- 恒星の中の2，3割が連星である。

プロキオン

エルニーニョ深沢氏

連星について

- 連星は発見方法で二つに分類される

- 二つの星が離れて見える

  →実視連星

プロキオン

- スペクトル線の位置がドップラー効果によって周期的に変動することから連星とわかる

  →分光連星

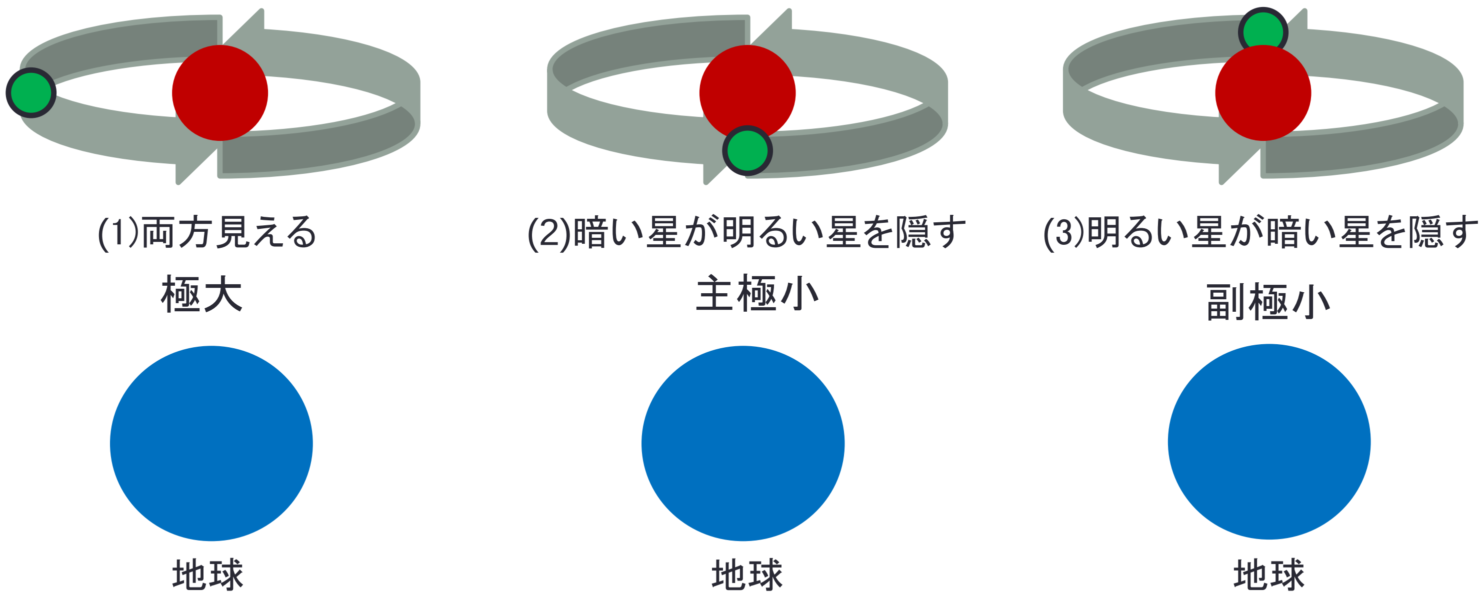
カペラ

エルニーニョ深沢氏

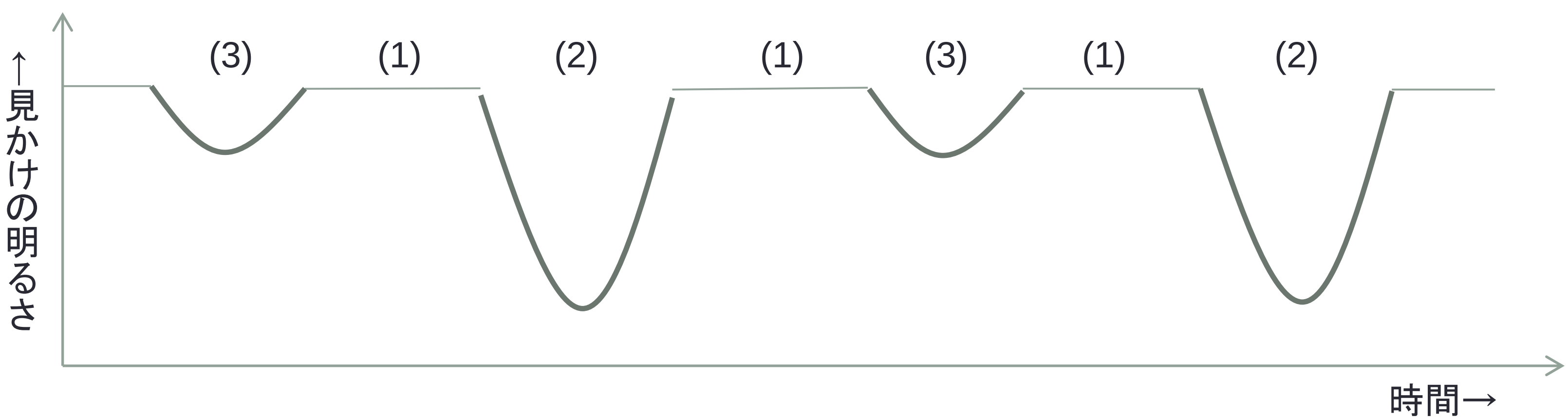
食連星について

- 食連星とは、共通重心の周りを回る2つの星が互いの光を覆い隠し合うことによって、みかけの明るさが変わるタイプの変光星である。
- 恒星自身の明るさは変わらず、規則的に変光するのが特徴である。
- 暗い伴星が明るい主星を隠す深い食を主極小
  逆に明るい主星が暗い伴星を隠す浅い食を副極小という

公転軌道を真横から見たとき（青丸は固定した状態）



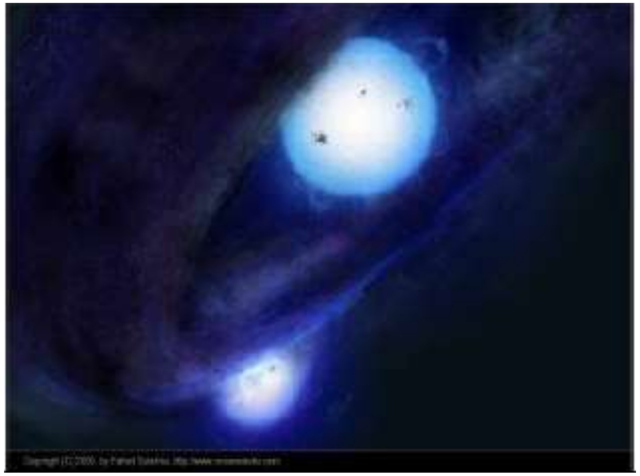
(1)、(2)、(3)の位置関係のとき、地球から見た一つにしか見えない二つの恒星の明るさの変化の関係。



変光星総合カタログGCVS（General Catalogue of Variable Stars）

- 変光星を収録した天体カタログである。
- GCVSでは、光度曲線の形によってアルゴル型（EA),こと座ベータ型（EB),おおぐま座W型 (EW) の三つに分類される。

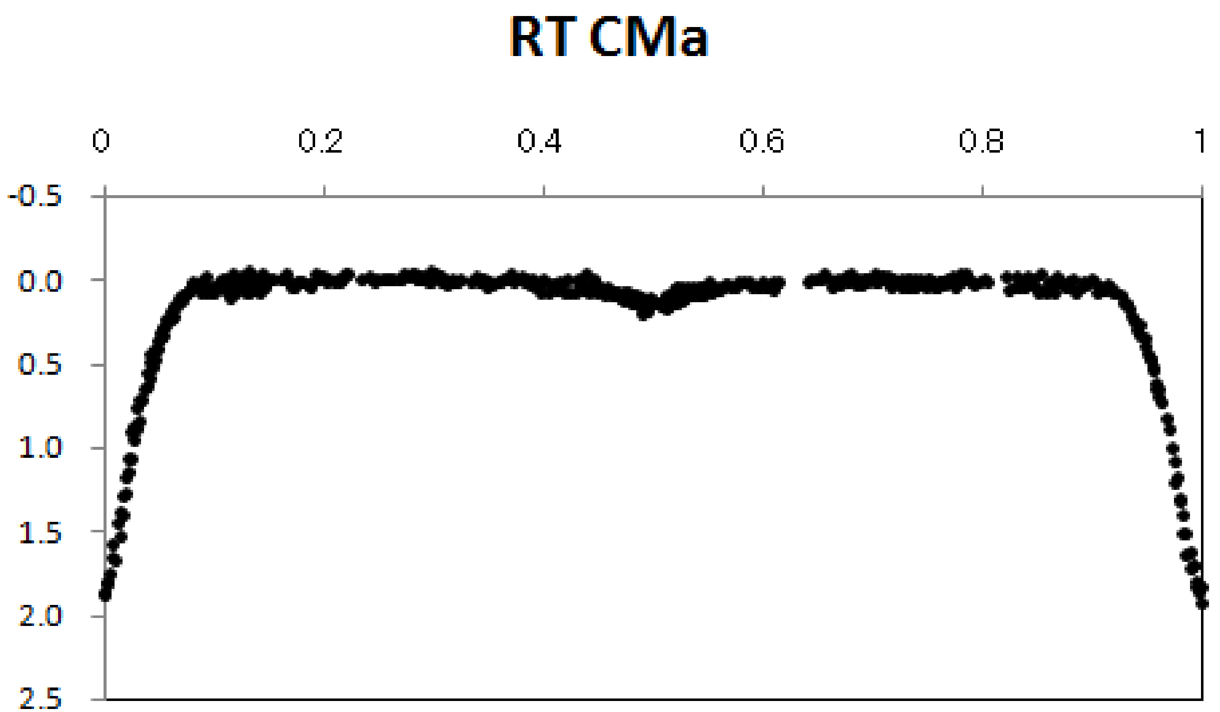
こと座ベータ型の想像図



植村誠氏

アルゴル型(EA)

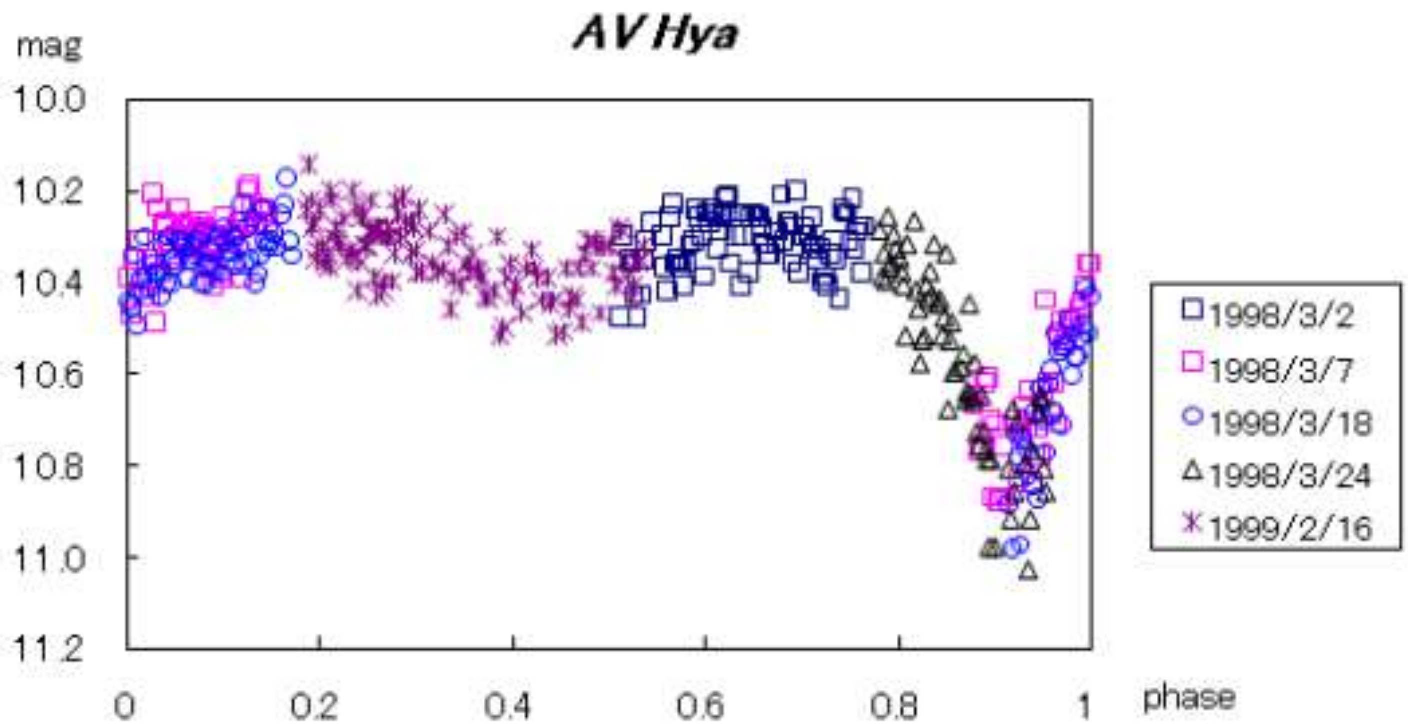
- 食の時以外はほとんど変光しておらず食の始まりと終わりがはっきりしている。
- 深い主極小と浅い副極小がある。



永井和男氏

こと座ベータ型(EB)

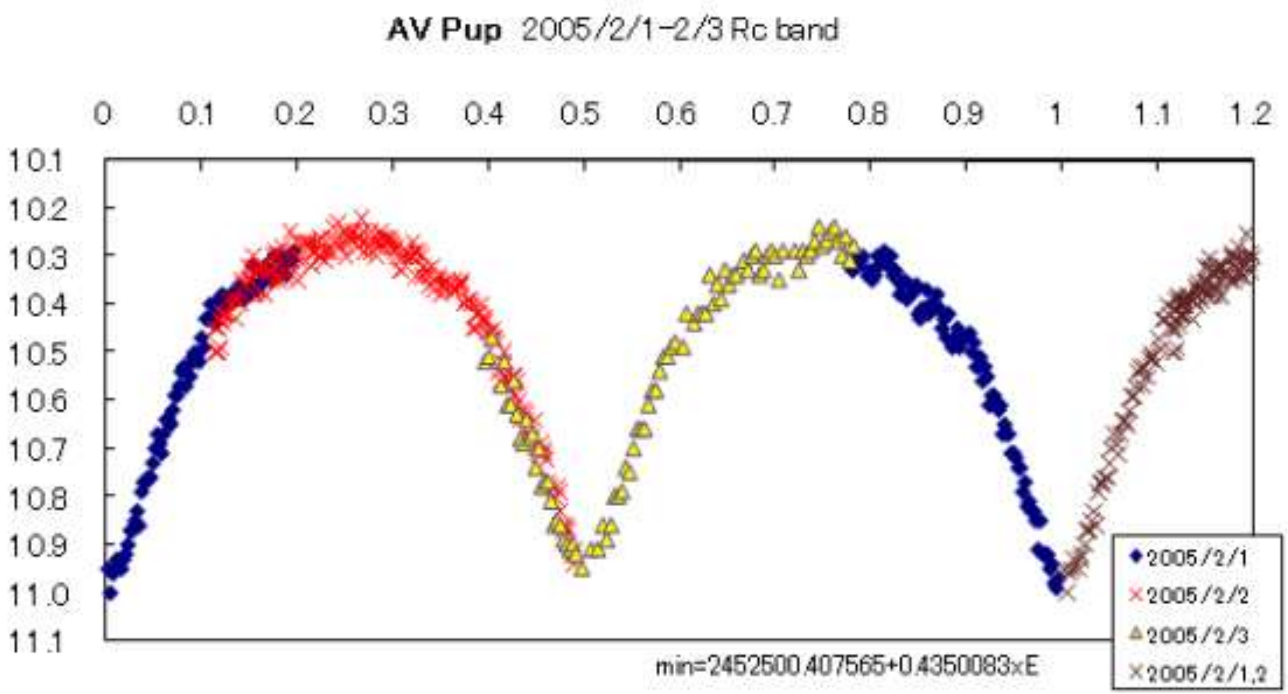
- 変光が連続していて食外がどこなのかはっきりしていない。



永井和男氏

おおぐま座W型 (EW)

- おおぐま座W型 (EW) はEB型よりもさらに食外の変光が大きくなり完全に食の始まりと終わりがどこだかわからなくなる。



永井和男氏

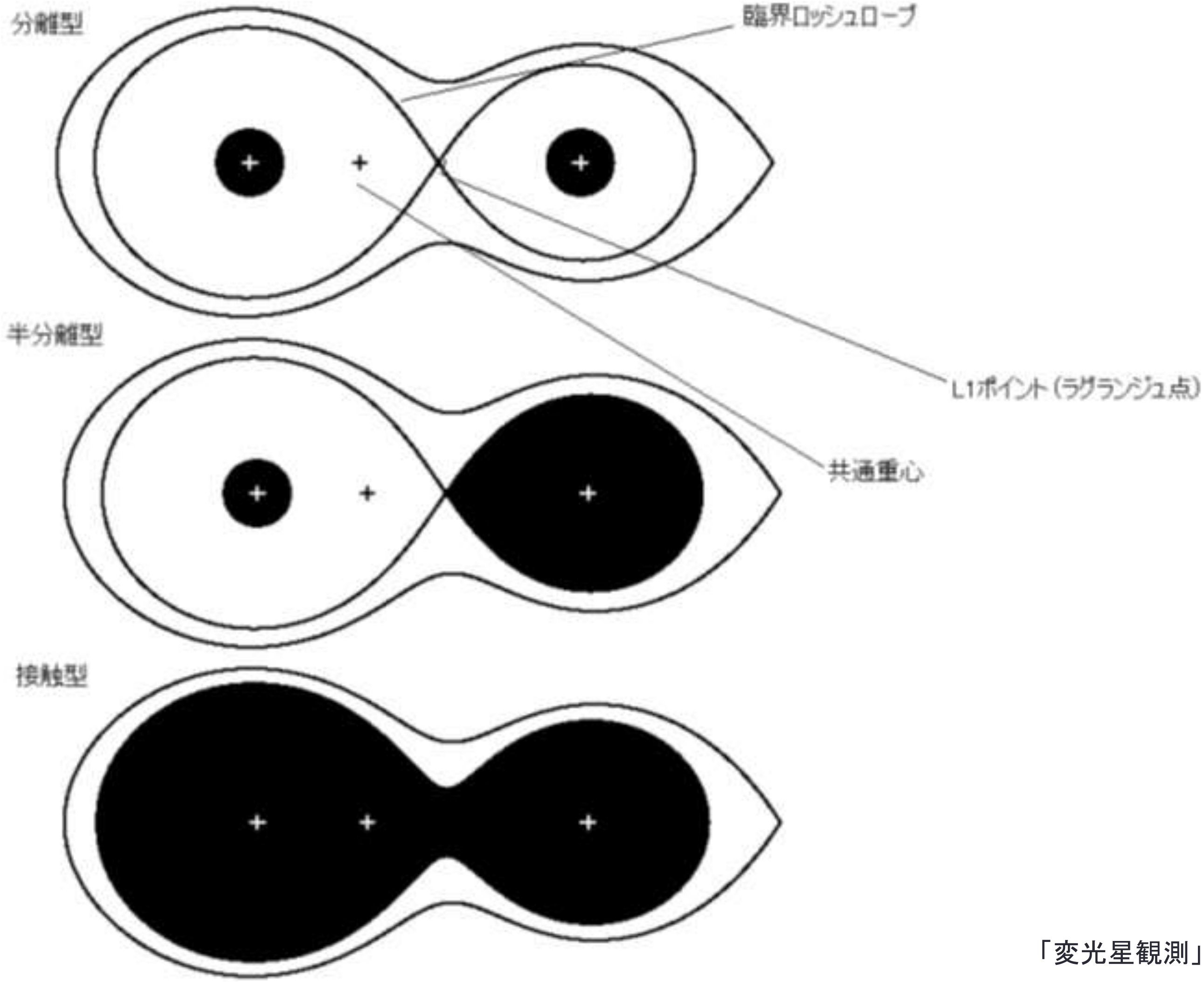
コパールの分類

- 公転している連星は相手の重力と回転による遠心力が加わるため重心の向きが星の中心方向からずれて形は球から外れてくる。

- この形状のことをロッシュローブと呼ぶ。星が進化に伴って膨らむことなどによりロッシュローブに収まらなくなることがある。

- コパールは星がロッシュローブに収まっているかどうかに基づき連星を分離型・半分離型・接触型に分類した。

コパールの分類



「変光星観測」より

ロッシュポテンシャル

- 連星は共通重心の周りを公転しているが、重心ではなく質量M_1の星を中心とした座標を考えてP(x,y,z)点のポテンシャルψを考える。ポテンシャルは2つの星からの重力と公転による遠心力を考慮し下記のようになる。
- $\psi = G\frac{M_1}{r_1} + G\frac{M_2}{r_2} + \frac{\omega^2}{2}\left\{\left(x - \frac{M_2 a}{M_1+M_2}\right)^2 + y^2\right\}$

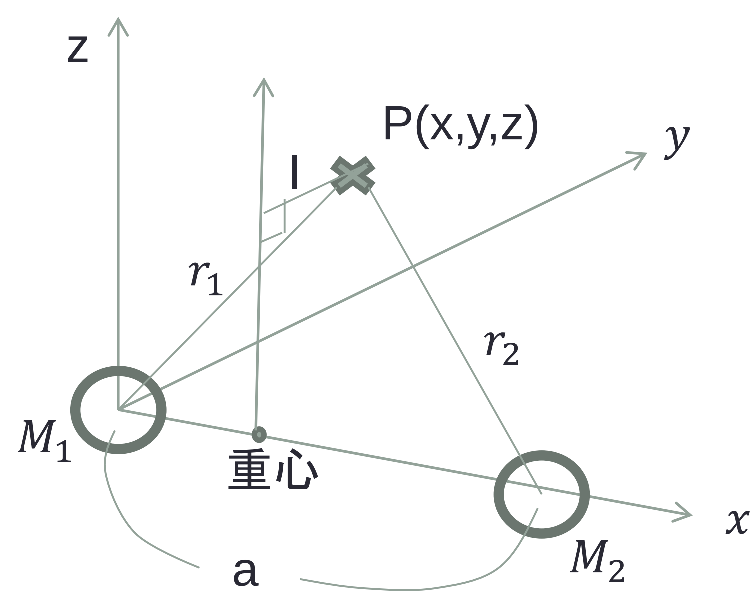
ただし

$$r_1{}^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$r_2^2 = (A-x)^2 + y^2 + z^2$$

である。

ここでGは万有引力定数を表す。



またωはx軸上での連星系の共通重心$\left(\left(\frac{M_2 a}{M_1+M_2}\right), 0,0\right)$を通り

軌道面に垂直な軸周りの角速度を表す。

このとき、ωはケプラーの角速度で次の式で表すことができる。

$$\omega_k{}^2 = \frac{G(M_1+M_2)}{A^3}$$

実際の近接連星では星同士が接近しているほど潮汐力が強く、向かい合った側に星の形状が伸びるため$\omega = \omega_k$が成り立つ。さらに、質量、時間の単位として$A, M_1 + M_{2,}\ \omega^{-1}$をとる。ここで無次元量$\xi(x, y, z)$を次のように定義すると

$$\varphi = \frac{GM_1}{A}\left\{\xi(x, y, z) + \frac{M_2{}^2}{2M_1(M_1+M_2)}\right\}$$

質量比$q=\frac{M_2}{M_1}$を用いると$\xi(x,y,z)$は次のようにあらわされる

$$\xi(\mathrm{x,y,z})=\frac{1}{\bar{r}_1}+q\left(\frac{1}{\bar{r}_2}-\bar{x}\right)+\frac{1}{2}(1+q)(\overline{x^2}+\overline{y^2})$$

ただし

$$r_1{}^2=x^2+y^2+z^2$$
$$r_2{}^2=(1-x)^2+y^2+z^2$$

である。この式が、ロッシュモデルにおける近接連星のポテンシャル面を計算する基本の式である。この式中からxとyをr_1,r_2,zで表すと、r_1,r_2に関して$q=1$のとき、対照的な式に変形することができる。

$$\xi(\mathrm{x,y,z})=\left(\frac{1}{r_1}+\frac{r_1{}^2}{2}-\frac{z^2}{2}\right)+q\left(\frac{1}{r_2}+\frac{r_2{}^2}{2}-\frac{z^2}{2}\right)-\frac{q}{2}$$

- 軌道内に限定したら先ほどの式に$z = 0$を代入して、

$$\xi(\mathrm{x,y}) = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{{r_1}^2}{2}\right) + q\left(\frac{1}{r_2} + \frac{{r_2}^2}{2}\right) - \frac{q}{2}$$

ただし、

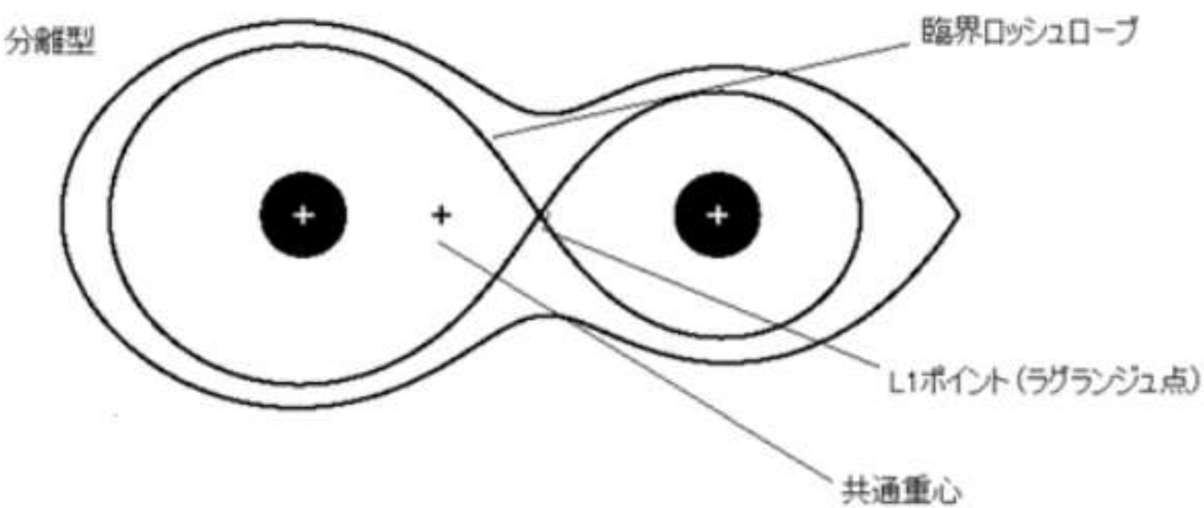
$${r_1}^2 = x^2 + y^2$$
$${r_2}^2 = (1 - x)^2 + y^2$$

これらの式によって、ロッシュローブを求めることができ、そのロッシュローブを星が満たしているかどうかによって、食連星は分類される。

この式をシュミレーションするプログラムを作成した。

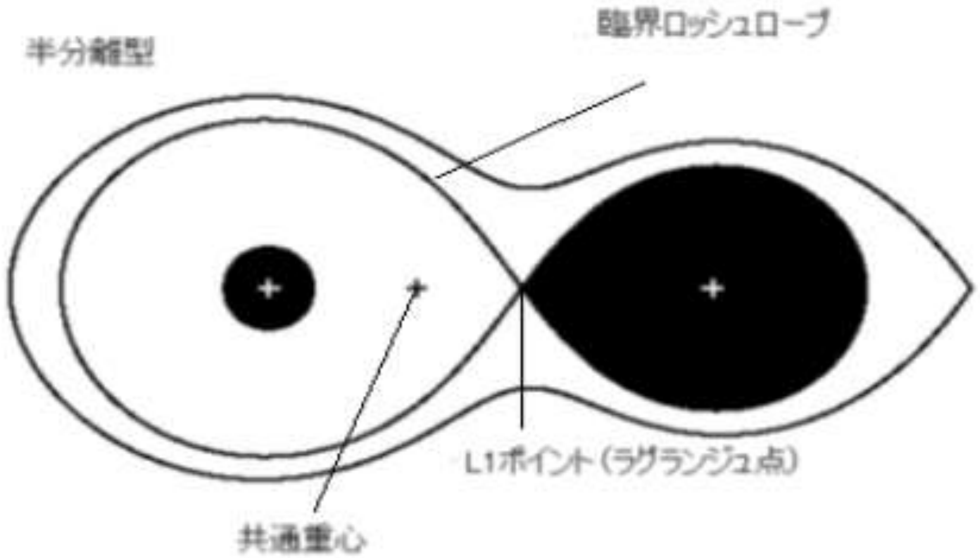
分離型

- 主星、伴星ともに内部ロッシュローブζ_{in}に収まっている
- 実視連星はすべて分離型である。
- 二つの星の間の影響は重力のほか、輻射によって相手を加熱してしまう。



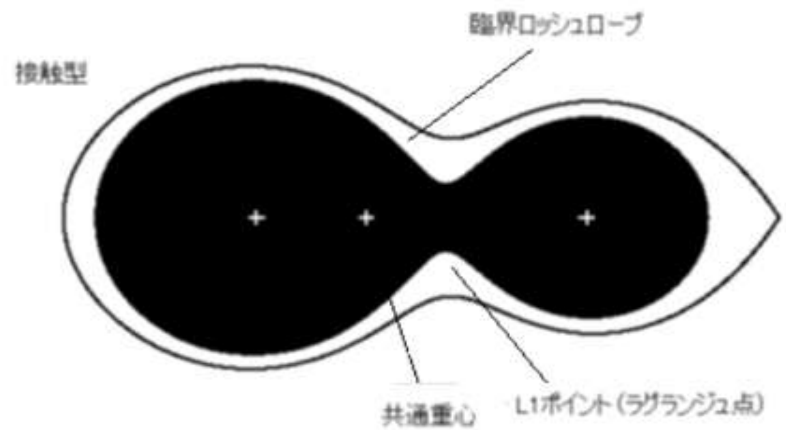
半分離型

- 2つのうち、主星が内部ロッシュローブζ_{in}内に収まっていて、伴星が内部ロッシュローブζ_{in}内を満たしている。
- 伴星から主星に向かって内部ラグランジュ点$L1$を通って質量移動が行われている。



接触型

- 内部ロッシュローブξ_{in}を両星が充たしており、内部ラグランジュ点L_1で両星の光球が接触している。星同士がかなり接近しているので、両星のスペクトル型は同じか似たスペクトル型を示し共通の外層大気を持っている。内部ラグランジュ点L_1を通り両星間で質量移動が起きていて、公転周期の変動が著しいタイプの連星である。



ラグランジュ点

ラグランジュ点とは、両星の万有引力と遠心力の影響がない点のことである。軌道面内に限定して先ほどの式に代入すると、

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$$

が成り立つ、この式において、

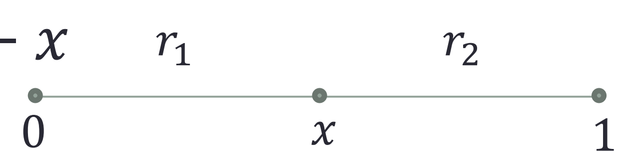
$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{x}{{r_1}^3} + \left(\frac{1-x}{{r_2}^3} - 1\right) q + (1+q)x = 0$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = -y\left\{\frac{1}{{r_1}^3} + \frac{q}{{r_2}^3} - (1+q)\right\} = 0$$

である。内部ラグランジュ点L_1を求めるには

$$y = 0\,, r_1 = x\,, r_2 = 1 - x$$

を先ほどの2つの式に代入すればよい。



代入して整理すると

$$\frac{1}{x^2} - x + \left\{(1-x) - \frac{1}{(1-x)^2}\right\} q = 0$$

実際に両星の質量比$q = 1$で計算してみる。

先ほどの式に$x^2(1-x)^2$をかけ$q = 1$を代入すると

$$-(2x-1)(x^4 - 2x^3 + x^2 + 1) = 0$$

$$x = 0.5$$

これより両星の質量比が全く同じ状態のとき内部ラグランジュ点L_1は両星の距離の0.5となる点に存在することがわかる。また残りの4次方程式を解くことで外部ラグランジュ点L_2~L_5を求めることができる。

まとめ

- 興味を持っていた食連星のロッシュモデルについて調べた。
- プログラムを作成することによってロッシュローブのシュミレーションを行った。
- そのシュミレーションから星の質量比が変わるとロッシュローブがどのように変化するか考察した。
- 来年のゼミ生はこのプログラム改良して、より精度の高いロッシュローブをシュミレーションできるように活用してほしい。

参考文献

- 小木美奈子　岡山理科大学卒業論文「WSer型食連星はくちょう座V367星の測光並びに分光観測」
- 永井和男他　「変光星観測」,誠文堂新光社
- 植村誠　広島大学講義「変光星・突発天体現象概論」

  http://home.hiroshima-u.ac.jp/uemuram/lecture/lecture_variables.pdf
- エルニーニョ深沢さんHP

http://www5e.biglobe.ne.jp/~elnino/Folder_DiscoverJPN/Folder_PhotoLibrary/Folder_Stars/JPN_Stars_CanisMinor.htm