

# 令和2年度津山工業高等専門学校専攻科入学者選抜試験

## 学力選抜（後期）試験問題

# 数 学

### ※注意

1. この綴りは、表紙が1枚、問題用紙が2枚、計算用紙1枚があります。解答をはじめる前に必ず確認してください。
2. 提出にあたっては、この綴りは取り外さず、そのまま提出してください。

【学力（後期）】

令和2年度専攻科試験問題（科目名： 数学 ）

受検番号

注意！解答欄には、ポイントなる式（または式変形）と、それから導かれる結論だけを書き、途中の細かい計算は計算用紙で行うこと。

【1】関数  $y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  について、次の問いに答えよ。

(1) 極値を求めよ。

(2) 変曲点を求めよ。

(3) 関数のグラフの概形をかけ。

(4) 関数  $y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

【2】次の物体の体積  $V$  を求めよ。

(1) 曲線  $y = x^2 + 1$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) を  $x$  軸の周りに回転させてできた物体

(2) 曲面  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  と  $xy$  平面で囲まれた物体

【3】次の図形の重心  $(x_0, y_0)$  を求めよ。

(1) 4直線  $y = x + 1, x = 0, y = 0, x = 1$  で囲まれた図形

(2) 曲線  $y = \sqrt{1 - x^2}$  と直線  $y = 0$  で囲まれた図形

【学力（後期）】

令和2年度専攻科試験問題（科目名： 数学 ）

受検番号

【4】xyz空間 $\mathbf{R}^3$ の線形変換 $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ は、行列

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & -10 \\ 0 & 2 & 0 \\ 5 & -5 & -8 \end{pmatrix}$$

で定義されている。次の問いに答えよ。

(1) 直線 $\frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ は $f$ でどの図形に移るか。

(2)  $A$ の3つの固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ。

(3)  $f$ によって変化しない直線は3本ある。それらの方向ベクトルをそれぞれ求めよ。

【5】次の微分方程式を解け。

(1)  $\frac{d^2x}{dt^2} = -x$  ( $t = 0, x = 2, \frac{dx}{dt} = 1$ )

(2)  $\frac{d^2x}{dt^2} = \sin t$  ( $t = 0, x = 1, \frac{dx}{dt} = 2$ )

【6】 $\lambda$ を正の整数としたときポアソン分布 $P_0(\lambda)$ は、確率密度関数が $P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$ で定義される確率分布である。

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = 1$$

を証明せよ。