

令和6年度 研究プロジェクト

タイトル

4次元多様体のトライセクションに関連する種々の研究について

教員名

総合理工学科 情報システム系 浅野 喜敬

研究内容

研究対象：4次元多様体のトライセクション

- ・4次元多様体：局所的に4つのパラメータで記述できる図形。現代の低次元トポロジーにおいて活発に研究されている対象の一つ
- ・トライセクション：4次元多様体を3つに分割し、その貼り合わせの情報を曲面上の曲線族として表示する手法。
※このときの曲面の種数（穴の数）の最小値をトライセクション種数とよぶ。
- ・トライセクションの研究において、次の問題は基本的である。

問題： $n \in \mathbb{N}$ に対し、トライセクション種数が n の4次元多様体を分類せよ

閉多様体の場合：

- ・先行研究: トライセクション種数が2の多様体は標準的なものに限る (Meier-Zupan, 2017)

境界付きの場合：

- ・図式の自由度が閉多様体の場合よりも大きくなるため、図式の組合せ的な制御は困難。
- ・種数が小さい場合でも一般の境界付き4次元多様体の分類は困難。

- 申請者らは平面的接触3次元多様体のStein充填に対し、以下を示した。

※Stein多様体：複素構造を備えた4次元多様体で、その複素構造が微分同相類に強い制約を与えることが知られている。微分トポロジーに関連する様々な応用を持ち、活発に研究されるクラス。

定理（浅野-高橋, 2025）：

(M, ξ) は閉3次元接触多様体で、種数が0、境界成分が4の向き付け可能閉曲面をページとするオーブンブック分解に支持されていて、Stein充填可能であるとする。このとき、そのStein充填 X について、

1. X が $(2, k; 0, b)$ - トライセクションを許容するとき、 X の微分同相類を分類した。
2. 仮定をみたす (M, ξ) のStein充填で $(2, k; 0, b)$ - トライセクションを許容するものは、微分同相を法として一意であることを示した。

・粗く述べると、この定理はページの境界成分数が4の平面的接触3次元多様体のStein充填に対し、種数2の分類問題を部分的に解いたことを示している。

・成果は以下の集会で発表で行った。共同研究者の高橋夏野氏（大阪大PD）と論文としてまとめている。

浅野喜敬, 4次元多様体の相対トライセクションと境界のオーブンブック分解について, 第1回トポロジー合宿セミナー, 箱根パークス吉野, 2025/3 (招待有)。